

Efeitos das Deformações Impostas nas Estruturas

Estudo das paredes

Gabriel Vistas Machado

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil

Orientador: Professor Doutor José Manuel Matos Noronha Câmara

Júri

Presidente: Professor Doutor Luís Manuel Coelho Guerreiro Orientador: Professor Doutor José Manuel Matos Noronha Câmara Vogal: Professor Doutor António José da Silva Costa

Julho 2016

Resumo

O tema deste documento incide nas deformações impostas aplicadas às estruturas. Este fenómeno é apenas considerado na verificação de serviço das estruturas, salvo casos excecionais onde estas provocam efeitos de segunda ordem relevantes.

Em primeiro lugar, é apresentada alguma contextualização com a temática em geral, desenvolvendo-se posteriormente um estudo focado no caso particular de paredes sujeitas a deformações impostas axiais. As ações que se destacam para esta situação são a retração do betão e a variação de temperatura, visto originarem o encurtamento do elemento. A restrição a esse encurtamento ao nível da base da parede origina trações na parede que levam à sua fendilhação, daí a necessidade de se estudar este assunto. Esta restrição é incutida através da diferença de encurtamento entre a parede a fundação, proporcionada não só pelas diferentes condições ambientais envolventes dos dois elementos (estando a parede sujeita a condições que induzem maior secagem, esta sofre uma maior retração de secagem em relação á fundação), como também da betonagem prévia da fundação, que tem um encurtamento inicial enquanto a parede ainda não está ligada a esta.

Desta forma, pretende-se compreender o comportamento da parede fazendo um levantamento das regulamentações existentes e apoiando o estudo numa análise não linear realizada com um programa de elementos finitos, neste caso o *SAP2000*. Nesta situação em particular, as implicações existentes são essencialmente no domínio da fendilhação que se desenvolve na parede. Deste modo avaliam-se as quantidades de armadura necessárias para limitar as larguras de fenda à luz das exigências inerentes a cada caso.

Uma vez que o caso da parede se trata de uma situação menos estudada que o caso do tirante, são elaboradas algumas comparações entre os dois. A análise não linear realizada permite comprovar que a parede apresenta um comportamento mais localizado e que o esforço axial instalado estabiliza para valores inferiores ao esforço axial de fendilhação durante a fase de formação de fendas. Desta forma, os requisitos a nível de armadura mínima para que esta não entre em cedência numa fase inicial são inferiores relativamente ao caso do tirante. Ainda assim, é importante realçar que na fase de fendilhação para que valores este se inicia. Apesar dos menores requisitos em relação à cedência das armaduras, as larguras de fenda resultantes para quantidades de armadura inferiores à armadura mínima calculadas segundo o Eurocódigo ($A_{s,min}^{EC} = \frac{f_{ct}}{f_{yk}}$. A_c) não satisfazem os requisitos mínimos na situação de parede.

Palavras-chave: deformações impostas, parede, análise não linear, *SAP2000*, comportamento estrutural, aberturas de fenda.

Abstract

The matter of this document are the imposed deformations applied to structures. This phenomenon is only considered in the serviceability limit state verification, unless it induces important second degree effects. Firstly, there is a contextualization of the theme, presenting some information about the subject, in general. Then, the focus tends to specify into a particular case, namely the imposed deformation applied to a wall situation. The focus is on the axial imposed deformations, highlighting the concrete shrinkage and the temperature variation, which induces the elements shortening. This becomes an issue because there is a restriction of this shortening on the base of the wall which introduces tensions that propagates through its height. This restriction is due to a shortening deferential between the wall and its foundation. As the foundation tends to shorten less than the wall from the time they are attached to one another, it restricts the wall's free deformation that could induce cracking.

The main purpose of this document is to understand the wall behaviour when exposed to imposed deformations, through studying the existent official documents and the results of a nonlinear analysis proceeded by a finite element program, the *SAP2000*. In this particular case, the development of cracks throughout the wall is the major consequence. In this sense, it is assessed the amount of reinforcement needed to face the requirements inherent to each case, limiting the crack width.

The wall case is less studied than the tie one, so there will be some comparisons between them. The nonlinear analysis allows to check the more local behaviour of the wall and the axial internal force stabilizes to lower values than the cracking internal force during the crack formation phase. Thus, the reinforcement requirements so the rebar do not yield are less demanding than on the tie case.

Even though, it is important to highlight that on the cracking stable phase there are an increase of the axial internal force so it is necessary to pay attention when this phase begins. For lower reinforcement cases this phase might begin too early regarding the total action. So, it may potentiate higher rebar tensions than the expected, because the wall is no longer on a controlled tension phase (crack formation phase). Although the wall case has less requirements regarding the rebar yielding, the analysis shows that the resultant crack widths are not satisfactory, for less reinforcement than $A_{s,min}^{EC} = \frac{f_{ct}}{f_{wh}} \cdot A_c$.

Keywords: imposed deformations, walls, nonlinear analysis, SAP2000, structural behaviour, cracking.

Agradecimentos

Apesar da realização da dissertação ser um processo muitas vezes solitário, há pessoas que contribuíram para o resultado final a nível técnico e emocional e às quais dedico este espaço para fazer os devidos agradecimentos.

Agradeço ao Prof. Câmara pelo tema proposto, disponibilidade demonstrada ao longo do trabalho para o esclarecimento de dúvidas e para revisões de texto. Tendo assim contribuído para o interesse no tema e consolidação de conhecimentos.

Agradeço ao Eng. Mário Arruda pela disponibilidade na partilha de conhecimentos acerca do programa de elementos finitos utilizado.

À Margarida pela força transmitida e apoio incondicional, tendo um enorme contributo motivacional.

Ao Diogo por ser companheiro de batalha, motivando-me a continuar e a não ter medo de errar.

Ao Pedro, à Catarina e à Joana pelas palavras de encorajamento, não esquecendo os momentos de descontração que também ajudam num processo tão longo como este.

Agradeço à minha mãe e irmãs pela força transmitida e compreensão ao longo desta fase.

Ao meu pai, por me ter incutido desde cedo o gosto pela construção civil.

Ao meu avô, por ser um exemplo a seguir.

Índice	Geral

Re	sumo)		V
Abs	stract	t		vii
Agı	adeo	cimente	DS	ix
No	meno	clatura	e abreviaturas	. xxi
1.	Intr	odução	٥	1
1	.1.	Enqu	adramento	1
1	.2.	Objet	ivos	1
1	.3.	Orga	nização da dissertação	2
2.	Car	racteriz	zação dos materiais	5
2	.1.	Betão)	5
	2.1	.1.	Definição das propriedades	5
	2.1	.2.	Retração	7
	2.1	.3.	Fluência	. 10
2	.2.	Arma	duras ordinárias	13
2	.3.	Fend	ilhação no betão armado	14
3.	Tip	os de a	ação e respetivo comportamento estrutural em elementos de betão armado	19
3	5.1.	Tipos	de ação	19
	3.1	.1.	Considerações iniciais	19
	3.1	.2.	Ações diretas	19
	3.1	.3.	Ações indiretas	19
3	.2.	Comp	portamento estrutural de elementos de betão armado	. 20
	3.2	.1.	Considerações iniciais	20
	3.2	.2.	Elemento sujeito a esforço axial	21
	3.2	.3.	Elemento sujeito a deformação imposta axial	22
	3.2	.4.	Controlo da abertura de fendas	. 25
3	.3.	Sobre	eposição de efeitos entre ações diretas de flexão e ações indiretas axiais	. 31
4.	Par	ede su	ijeita a deformações impostas axiais	. 35
4	.1.	Cons	iderações gerais	35
4	.2.	Aboro	dagens à abertura de fendas em paredes	40
	4.2	.1.	Considerações iniciais	40
	4.2	.2.	Regulamento europeu (EN 1992-1-1 [1] e EN 1992-3 [21])	41
	4.2	.3.	Recomendações do ACI 207.2R-95 [27]	43
4	.3.	Cons	iderações finais	47
5	Δné	álico n	Imérica	0٨
5.	7110			. 43
5	.1.	Cons	iderações iniciais	49 xi

5.2. Moo	delação	49
5.2.1.	Definição dos materiais	49
5.2.2.	Parede	51
5.2.3.	Ação	53
5.2.4.	Considerações adicionais	54
5.3. Aná	lise e comparação de resultados	56
5.3.1.	Estado não fendilhado	56
5.3.2.	Desenvolvimento da fendilhação	57
5.3.3.	Esforço axial instalado	60
5.3.4.	Tensões na armadura	65
5.3.5.	Aberturas de fenda	72
5.4. Cor	nsiderações finais	76
6. Conclus	ões e trabalho futuro	79
6.1. Cor	nclusões gerais	79
6.2. Tral	balho futuro	80
Bibliografia		81
ANEXOS		85
Anexo A		87
Anexo B		91
Anexo C		
Anexo D		
Anexo E		
Anexo F		99
Anexo G		101
Anexo H		103
Anexo I		109

Índice de Figuras

Figura 2.1 – Relação tensão-extensão do betão sujeito a compressão uniaxial segundo EN 1992-1-1
[1]: a) comportamento real; b) relação simplificada parábola-retângulo para efeitos de avaliação da
capacidade resistente; c) relação simplificada bilinear para efeitos de cálculo. Figura adaptada de EN
1992-1-1 [1]
Figura 2.2 – Relação tensão-extensão para o betão à tração. [3]
Figura 2.3 - Desenvolvimento ao longo do tempo de: a) Módulo de elasticidade; b) Coeficiente de
endurecimento. Adaptado de [4] 6
Figura 2.4 - a) Temperatura ambiente após betonagem; b) Temperatura da peça de betão após
betonagem. Figura adaptada de [13] com casos 1, 2 e 3 referentes a temperaturas ambientes de 12,
19 e 26ºC na altura da betonagem
Figura 2.5 – Evolução da retração hídrica ao longo tempo segundo o EN 1992-1-1 [1], para diferentes
condições de humidade [6]
Figura 2.6 – Valores do coeficiente de fluência para diferentes classes de betão e diferentes condições
de humidade. Adaptada de [6] 11
Figura 2.7 - Deformação do betão ao longo do tempo para duas situações em que apenas varia a
idade do carregamento [4] 12
Figura 2.8 – a) Desenvolvimento do coeficiente de fluência segundo EN 1992-1-1 [1] e Model Code 90
[17]; b) Desenvolvimento do coeficiente de envelhecimento segundo Trevino [18]. Figura adaptada de
[5]
Figura 2.9 – a) Comportamento do aço à tração consoante o método de fabrico [2]; b) Relação tensão-
extensão para efeitos de cálculo [1] 13
Figura 2.10 - Evolução da rigidez (K) do elemento ao longo do seu comprimento à medida que este
fendilha [5]
Figura 2.11 – Tensões e extensões no betão e na armadura na fase de fendilhação estabilizada [4]16
Figura 2.12 – Simplificação adotada para o Método da Rigidez Equivalente [23] 17
Figura 3.1 – Comportamento estrutural de um tirante de betão armado à tração. [5]
Figura 3.2 – Contribuição do betão na resposta estrutural do tirante à tração. [4]
Figura 3.3 - Comportamento estrutural de um tirante de betão armado sujeito a uma deformação
imposta externa. Figura adaptada de [5] 23
Figura 3.4 – Comportamento de um tirante de betão armado quando sujeito a uma deformação imposta
interna. Figura adaptada de [5] 24
Figura 3.5 – Evolução de tensões no aço e largura de fendas para elementos sujeitos a deformação
imposta: a) externa; b) interna. Adaptada de [25]
Figura 3.6 - Resposta estrutural de um tirante sujeito a deformação imposta externa: a) Armadura
adotada não respeita o critério da não plastificação; b) Armadura adotada respeita o critério da não
plastificação. Adaptada de [23]
Figura 3.7 – Percentagem de armadura necessária para que não se exceda o valor de largura de fenda
indicado (preto- critério baseado no diâmetro máximo dos varões; laranja- critério da não plastificação
das armaduras) [5]

Figura 3.8 – Comparação entre esforços axiais induzidos por deformações impostas crescentes para
3 níveis de carga vertical constante (amarelo – deformação imposta isolada; rosa – menor solicitação
vertical; azul - maior solicitação vertical): a) deformação imposta externa; b) deformação imposta
interna [26]
Figura 4.1 – Condições de fronteira para o caso de: a) tirante; b) parede isolada; c) painel de parede
betonada entre secções já existentes. Adaptada de EN1992-3 [21]
Figura 4.2 – Esquema das restrições induzidas na parede e seus efeitos
Figura 4.3 - Resposta estrutural de uma parede sujeita a deformações impostas a) Distribuição de
tensões em estado não fendilhado; b) Resultante de esforço axial em estado não fendilhado. [8] 36
Figura 4.4 – Distribuição de tensão ($\sigma c - tensão do betão na parede, \sigma c0 - c0$
tensão do betão no tirante):
Figura 4.5 - Considerações em ACI 207.2R-95 [27] acerca de uma parede parede sujeita a
deformações impostas: a) Evolução da fendilhação na parede; b) Campo de tensões na zona da fenda.
[27]
Figura 4.6 - Evolução qualitativa dos esforços resultantes na parede (Ncr,tirante - esforço axial de
fendilhação para o caso do tirante; Nstab – esforço axial estabilizado). [25]
Figura 4.7 – a) Diagrama em altura da tensão horizontal na armadura, em zona fendilhada, segundo
os resultados obtidos por Teixeira [8]; b) Valor acumulado das larguras de fenda para cada patamar de
altura da parede segundo os resultados experimentais de Zych [13], medidos em diferentes datas 39
Figura 4.8 – Exemplos de juntas: a) estruturais; b) construtivas. [28]
Figura 4.9 – Diâmetro máximo de varão ($\phi s *$) para controlo de fendilhação em elementos sujeitos a
tensão de tração. [21]
Figura 4.10 – Localização de wmax de cada fenda, segundo ACI 207.2R-95 [27]
Figura 4.11 - Efeitos da propagação da fendilhação nos esforços internos: a) Esforço axial; b)
Momento. [27]
Figura 4.12 – a) Diagrama de tensões em zona de fenda; b) Esforços internos aquando a iniciação da
fendilhação para casos de restrição na base. [27] 46
Figura 5.1 – Relação tensão-extensão modelada para o material betão (C25/30)
Figura 5.2 - Opções de modelação do comportamento do betão à tração: a) quebra abrupta; b)
abaixamento suave
Figura 5.3 – Relação tensão-extensão modelada para o material aço (A500)
Figura 5.4 – Elemento finito modelado: a) Configuração textual; b) Representação espacial
Figura 5.5 – Tensão na armadura para o caso 1 com a configuração inicial para: a) $\Delta T = -25,5^{\circ}C;$
b) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C
Figura 5.6 - Tensão na armadura para o caso 1 com a configuração onde se incluem secções
enfraquecidas para: a) $\Delta T = -25,5^{\circ}$ C; b) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C
Figura 5.7 – Esforços axiais instalados na parede com ou sem inclusão de secções enfraquecidas para
$\Delta T = -50^{\circ}C$: a) Caso 1; b) Caso 2; c) Caso 3
Figura 5.8 – Diagrama de tensão no betão em parede com L/H=10 e para uma ação $\Delta T = -25.1^{\circ}$ C 56
Figura 5.9 – Diagrama de tensão no betão em altura em situação iminente de fendilhação, em parede
com L/H=10, para: a) x=6m; b) x=9m; c) x=15m, sendo x a distância à extremidade
Figura 5.10 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,4$ °C (caso 1)
xiv

Figura 5.11 – Tensão no betão no caso 1 para: a) $\Delta T = -26,0$ °C; b) $\Delta T = -30,0$ °C; c) $\Delta T = -30,0$ °	-40,0°C;
d) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C	58
Figura 5.12 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,3$ °C (caso 2)	58
Figura 5.13 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,1^{\circ}$ C (caso 3)	58
Figura 5.14 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,2^{\circ}$ C (caso 4)	59
Figura 5.15 – Tensão no betão para $\Delta T = -50$ °C no: a) Caso 2; b) Caso 3; c) Caso 4	59
Figura 5.16 – Altura da fenda (hc) para que esta se desenvolva até ao topo da parede sem o	que haja
maior diminuição do volume ($L/H = 10 \rightarrow hc/H = 0,2$)	60
Figura 5.17 – Esforço axial por metro de altura para os casos modelados (Ncr, calc – esfoço	axial de
fendilhação de cálculo; Ncr, mod - esforço axial na iminência de se iniciar a fendilhação se	gundo o
modelo; $N - 50^{\circ}$ C – esforço axial para $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C): a) Caso 1; b) Caso 2; c) Caso 3; d) Cas	o 4 61
Figura 5.18 - Esforço axial instalado na parede sujeita a uma variação de temperatura de -50	°C 62
Figura 5.19 – Esforço axial instalado na parede para diversos valores de deformação imposta	(caso 4)
	62
Figura 5.20 – Esforço axial instalado na parede para diversos níveis de ação (caso 4)	63
Figura 5.21 - Esforços axiais instalados na parede para diversos valores de deformação imp	oosta: a)
Caso 1; b) Caso 2; c) Caso 3	64
Figura 5.22 - Desenvolvimento do esforço axial com o aumento da ação para: a) Caso 1; b)	Caso 2;
c) Caso 3; d) Caso 4	65
Figura 5.23 – Tensões na armadura em zonas de fenda onde existem fendas que não se deser	nvolvem
completamente em altura nas proximidades; a) Caso 1; b) Caso 2; c) Caso 3; d) Caso 4	66
Figura 5.24 – Tensões na armadura em zonas onde a maior largura de fenda se encontra no	topo da
parede: a) Caso 2; b) Caso 3; c) Caso 4	67
Figura 5.25 – Desenvolvimento da tensão na armadura para o caso 1	68
Figura 5.26 - Localização dos elementos finitos escrutinados na Figura 5.25, aqui, represer	ntados a
vermelho (da esquerda para a direita): #199; #271; #356; #439; #473	68
Figura 5.27 - Tensão no betão, no caso 4, para: a) iminência de se formar a fenda em #439;	b) após
a formação da fenda em #439	69
Figura 5.28 – Tensão no betão, no caso 4, para: a) iminência de se formar a fenda em #199;	b) após
a formação da fenda em #199	69
Figura 5.29 – Desenvolvimento da tensão na armadura para o caso 4	69
Figura 5.30 - Localização dos elementos finitos escrutinados na Figura 5.29, aqui represer	ntados a
vermelho (da esquerda para a direita): #175; #231; #234; #255; #297	70
Figura 5.31 – Tensão no betão no instante em que se forma a fenda no elemento #255 ($\Delta T = -$	-37,8°C),
para o caso 4	70
Figura 5.32 – Tensão no betão no instante em que se forma a fenda no elemento #297 ($\Delta T = -$	-28,9°C),
para o caso 4	70
Figura 5.33 – Desenvolvimento da tensão na armadura para o caso 2	71
Figura 5.34 – Desenvolvimento da tensão na armadura para o caso 3	71
Figura 5.35 – Tensão no betão no caso 1 para: a) $\Delta T = -41,0$ °C; b) $\Delta T = -50,0$ °C	72
Figura 5.36 – Esquema ilustrando a consideração de hbase segundo o ACI	

Figura A. 1 – Valores de humidade relativa no ano de 2014 para a cidade de Lisboa [35] 89
Figura A. 2 – Tensão no betão em paredes com $\phi 16//0.15m$ em ambas as faces para $\Delta T = -30^{\circ}$ C
para: a) <i>lEF</i> = 0,15 <i>m</i> ; b) <i>lEF</i> = 0,25 <i>m</i> 91
Figura A. 3 – Esforço axial instalado na parede para cada caso para $\Delta T = -30$ °C
Figura A. 4 – Configuração dos elementos finitos por capacidade resistente do betão para o caso 193
Figura A. 5 – Configuração dos elementos finitos por capacidade resistente do betão para o caso 293
Figura A. 6 – Configuração dos elementos finitos por capacidade resistente do betão para o caso 393
Figura A. 7 – Configuração dos elementos finitos por capacidade resistente do betão para o caso 493
Figura A. 8 – Tensão no aço para o caso 2 e configuração inicial para: a) $\Delta T = -25,5^{\circ}C$; b) $\Delta T =$
-50,0°C
Figura A. 9 – Tensão no aço para o caso 2 e com secções enfraquecidas para: a) $\Delta T = -25,5^{\circ}$ C; b)
$\Delta T = -50,0$ °C
Figura A. 10 – Tensão no aço para o caso 3 e configuração inicial para: a) $\Delta T = -25,5^{\circ}C$; b) $\Delta T =$
-50,0°C
Figura A. 11 – Tensão no aço para o caso 3 e com secções enfraquecidas para: a) $\Delta T = -25,5^{\circ}C$; b)
$\Delta T = -50,0^{\circ}\text{C}96$
Figura A. 12 – Tensão no betão no caso 2 para: a) $\Delta T = -26,0^{\circ}$ C; b) $\Delta T = -30,0^{\circ}$ C; c) $\Delta T = -40,0^{\circ}$ C;
d) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C
Figura A. 13 – Tensão no betão no caso 3 para: a) $\Delta T = -26,0^{\circ}$ C; b) $\Delta T = -30,0^{\circ}$ C; c) $\Delta T = -40,0^{\circ}$ C;
d) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C
Figura A. 14 – Tensão no betão no caso 4 para: a) $\Delta T = -26,0^{\circ}$ C; b) $\Delta T = -30,0^{\circ}$ C; c) $\Delta T = -40,0^{\circ}$ C;
d) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C
Figura A. 15 – Tensão no betão para o caso 4 para: a) $\Delta T = -25,2^{\circ}C$; b) $\Delta T = -25,5^{\circ}C$; c) $\Delta T =$
$-26,1^{\circ}\text{C}; \text{ d}) \Delta T = -28,9^{\circ}\text{C}; \text{ e}) \Delta T = -30,6^{\circ}\text{C}; \text{ f}) \Delta T = -40,0^{\circ}\text{C}; \text{ g}) \Delta T = -50,0^{\circ}\text{C}$
Figura A. 16 – Tensão no betão para $\Delta T = -50$ °C no: a) caso 1: b) caso 2; c) caso 3; d) caso 4 101
Figura A. 17 – Localização dos elementos finitos (da esquerda para a direita): #199; #271; #356; #439;
#473
Figura A. 18 – Tensão no betão no instante em que se forma a fenda em #356 ($\Delta T = -25,4^{\circ}$ C) 103
Figura A. 19 – Tensão no betão para: a) iminência de se formar a fenda em #271; b) após a formação
da fenda em #271 104
Figura A. 20 – Localização dos elementos finitos (da esquerda para a direita): #200; #379; #487; #556
Figura A. 21 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,3$ °C
Figura A. 22 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,9^{\circ}$ C
Figura A. 23 – Tensão no betão para $\Delta T = -31,3$ °C
Figura A. 24 – Tensão no betão para $\Delta T = -50,0$ °C
Figura A. 25 – Localização dos elementos finitos (da esquerda para a direita): #231; #257; #263; #321;
#420

Figura A. 26 – Tensão no betão para: a) iminência de se formar a fenda em #257; b) ap	ós a formação
da fenda em #257	106
Figura A. 27 – Tensão no betão para a) $\Delta T = -33,0^{\circ}$ C; b) $\Delta T = -33,1^{\circ}$ C	106
Figura A. 28 – Localização dos elementos finitos (da esquerda para a direita): #175; #23	1; #234; #255;
#297	107
Figura A. 29 - Desenvolvimento da tensão na armadura nos elementos #175 e #297, no	o caso 4 107
Figura A. 30 – Tensão no betão para: a) $\Delta T = -38,7^{\circ}$ C; b) $\Delta T = -38,8^{\circ}$ C	108
Figura A. 31 – Tensão no betão para: a) $\Delta T = -39,1^{\circ}$ C; b) $\Delta T = -39,2^{\circ}$ C	108

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 – Valores de <i>cc</i> e <i>ccu</i> , presentes na Figura 2.1 para um betão C25/30 5
Tabela 2.2 – Valores de <i>k</i> e εuk
Tabela 3.1 – Diâmetros máximos dos varões ($\phi s *$) para controlo da fendilhação [1]
Tabela 3.2 – Valores de coeficientes de redução ($\xi \Delta T$ e ξcs) [26]
Tabela 4.1 – Valores de Nstab para várias quantidades de armadura. [25]
Tabela 4.2 – Valores de restrição axial (Rax) segundo EN 1992-3 [21] para paredes isoladas 42
Tabela 4.3 - Quantidade de armadura necessária para que esta não plastifique para situações de
parede sujeita a deformações impostas axiais 47
Tabela 4.4 – Coeficiente de restrição às deformações impostas para paredes, L/H = 10
Tabela 5.1 – Armaduras adotadas na modelação
Tabela 5.2 - Larguras de elementos finitos adotadas (lEF, adot) e segundo o Método da Rigidez
Equivalente (0,7 \times <i>l</i> 0)
Tabela 5.3 – Característica da deformação imposta aplicada à parede54
Tabela 5.4 – Valores médios de espaçamento de fendas [Srm] obtidos pela análise não linear (ΔT =
-50,0°C)
Tabela 5.5 - Comparação entre valores de esforço axial estabilizado 61
Tabela 5.6 – Tensões máximas registadas no aço para cada caso modelado
Tabela 5.7 – Estimativa da abertura de fenda segundo EN 1992-1-1 [1] e EN 1992-3 [21]72
Tabela 5.8 - Estimativa de larguras de fenda para cada caso modelado segundo ACI 207.2R-95 [27]
Tabela 5.9 – Larguras de fenda admissíveis para reservatórios de classe 0 e 1 (combinação de ações
quase-permanente)

Tabela A. 1 – Valores nominais da retração de secagem, εcd , 0, (em $\%_0$) para cimentos CEM da class	se
N, excerto de tabela em EN 1992-1-1 [1]	37
Tabela A. 2 – Valores de kh 8	37
Tabela A. 3 – Valores de εcd , ∞ (em $\%_0$) para cimentos CEM da classe N, segundo EN 1992-1-1 [1]
	38
Tabela A. 4 – Valores de εca , ∞ (em ‰), segundo EN 1992-1-1 [1]	38
Tabela A. 5 – Valores de <i>εcs</i> , ∞, segundo EN 1992-1-1 [1] 8	38
Tabela A. 6 – Estimativa de abertura de fenda segundo EN 1992-1-1 [1], para os casos 3 e 4 11	0
Tabela A. 7 – Largura de fenda segundo ACI 207.2R-95 [27]11	0

Nomenclatura e abreviaturas

Símbolos gregos:

α	Ângulo; coeficiente
α _c	Coeficiente térmico do betão
α_e	Coeficiente de normalização entre os módulos de elasticidade do aço e do betão
	(E_s/E_c)
α_{el}	Coeficiente térmico do elemento
α_s	Coeficiente térmico do aço
β	Coeficiente
β_{cc}	Coeficiente de endurecimento do betão
$\beta_{cc}(t)$	Coeficiente de endurecimento do betão à idade de t dias
Δ	Variação
ΔL	Variação de comprimento
ΔT	Variação de temperatura
Е	Extensão
ε_0	Extensão última do betão à tração
E _c	Extensão do betão
\mathcal{E}_{c0}	Extensão inicial no betão
€ _{ca}	Extensão devida à retração autógena
$\mathcal{E}_{ca,\infty}$	Extensão a longo prazo devida à retração autógena
$\varepsilon_{cc}\left(t,t_{0}\right)$	Extensão no betão devido à fluência entre os instantes t e t_0
E _{cd}	Extensão devida à retração de secagem
$\mathcal{E}_{cd,0}$	Extensão nominal devida à retração de secagem
$\mathcal{E}_{cd,\infty}$	Extensão a longo prazo devida à retração de secagem
\mathcal{E}_{cm}	Extensão média do betão entre fendas
E _{cs}	Extensão devida à retração total do betão
E _{ct}	Extensão associada à tensão máxima do betão à tração
€ _{cu}	Extensão última do betão à compressão
E _{free}	Extensão livre
\mathcal{E}_{S}	Extensão no aço
E _{sm}	Extensão média da armadura

E _{sr}	Extensão relativa entre aço e betão
ε_{srm}	Extensão média relativa entre aço e betão
ε_{ud}	Extensão última de cálculo
ε_{uk}	Extensão característica do aço na carga máxima
v_c	Coeficiente de Poisson do betão
ξ	Coeficiente de redução global
$\xi_{\Delta T}$	Coeficiente de redução relativo a deformações impostas externas
ξ _{cs}	Coeficiente de redução relativo a deformações impostas internas
ρ	Percentagem de armadura
$ ho_{ef}$	Percentagem de armadura efetiva
$ ho_{min}$	Percentagem de armadura mínima
$ ho_{min,y}$	Percentagem de armadura mínima para evitar a cedência do aço
σ	Tensão
σ_{11}	Tensão na direção 1
σ_{12}	Tensão de corte
σ_{22}	Tensão na direção 2
σ_c	Tensão no betão
σ_{c0}	Tensão inicial no betão
σ_s	Tensão no aço
$\sigma_{s,max}$	Tensão máxima no aço
$ au_b$	Tensão de aderência entre aço e betão
ϕ	Diâmetro de varão
arphi	Coeficiente de fluência
χ	Coeficiente de envelhecimento

Símbolos latinos maiúsculos:

A_b	Área da secção de cada varão
A _c	Área da secção transversal de betão
A _{c,eff}	Área da secção efetiva de betão tracionado que envolve as armaduras
$A_{c,v}$	Área efetiva de betão em torno de um varão de armadura
A _{ct}	Área da secção transversal de betão tracionado
A _s	Área de seção das armaduras
A _{s,adot}	Área de seção das armaduras adotada
$A_{s/m}$	Área de seção das armaduras por comprimento
A _{s,min}	Área mínima da secção das armaduras
<i>CO</i> ₂	Dióxido de carbono

CaCO ₃	Carbonato de cálcio			
Ca(H0) ₂	Hidróxido de cálcio			
Ε	Módulo de elasticidade			
E _{c,ajust}	Módulo de elasticidade ajustado do betão			
E _{cm}	Módulo de elasticidade secante do betão			
$E_{cm}(t)$	Módulo de elasticidade secante do betão à idade de t dias			
<i>E</i> _{cm,28}	Módulo de elasticidade secante do betão aos 28 dias de idade			
Es	Módulo de elasticidade do aço			
Н	Altura total da parede			
Ι	Momento de inércia da secção			
K _R	Coeficiente de restrição de extensões			
L	Comprimento			
L ₀	Comprimento inicial			
М	Momento fletor			
M_R	Momento interno restritivo, a ser proporcionado pelas armaduras			
$M_{R,h_{base}=0,5m}$	Momento interno restritivo, a ser proporcionado pelas armaduras, para $h_{base} =$			
	0,5m			
Ν	Esforço axial			
N _{cr}	Esforço axial de fendilhação do betão			
N _{cr,1}	Esforço axial para a formação da primeira fenda			
N _{-50°C}	Esforço axial para $\Delta T = -50$ °C			
N _{cr,calc}	Esforço axial de cálculo			
N _{cr,mod}	Esforço axial na iminência de se iniciar a fendilhação, segundo o modelo			
N _{cr,n}	Esforço axial para a formação da n-ésima fenda			
N _{fen}	Número de fendas			
N_H	Número total de varões na altura h_{base} considerada			
N _{id,eff}	Esforço axial efetivo induzido pelas deformações impostas			
N _{ser}	Esforço axial de serviço			
N _{stab}	Esforço axial estabilizado			
N _u	Esforço axial último			
Ny	Esforço axial de cedência			
R _{ax}	Grau de restrição das extensões			
S _{r,max}	Espaçamento máximo entre fendas			
S _{rm}	Espaçamento médio entre fendas			
Т	Esforço de tração interno			
T _c	Força de tração correspondente ao betão			

Símbolos latinos minúsculos:

С	Recobrimento das armaduras
d	Altura útil da secção
d_c	Distância da superfície do elemento ao centro da armadura mais próxima
е	Espessura do elemento
f _{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura à compressão do betão
f _{ck}	Valor característico da tensão de rotura à compressão do betão, aos 28 dias de idade
$f_{ck,cube}$	Valor característico da tensão de rotura à compressão de um cubo de betão, aos 28 dias de idade
f _{cm}	Valor médio da tensão de rotura à compressão do betão, aos 28 dias de idade
$f_{cm}(t)$	Valor médio da tensão de rotura à compressão do betão, à idade de t dias
f _{ct}	Valor da tensão de rotura à tração do betão
$f_{ct,eff}$	Valor médio efetivo da resistência de tração
<i>f_{ctk}</i> 0,05	Valor característico da tensão de rotura à tração do betão, com uma probabilidade de excedência de 5%
f _{ctm}	Valor médio da tensão de rotura à tração do betão, aos 28 dias de idade
$f_{ctm}(t)$	Valor médio da tensão de rotura à tração do betão, à idade de t dias
f _{tk}	Tensão característica de rotura à tração do aço das armaduras para betão armado
f_{yd}	Valor de cálculo da tensão de cedência do aço
f_{yk}	Valor característico da tensão de cedência do aço
h_0	Espessura equivalente
h _{alma}	Altura da secção da alma
h _{base}	Altura desde a base da parede
h _{c,eff}	Altura da secção efetiva de betão tracionado que envolve as armaduras
h_c	Altura da fenda na parede
h _{cr}	Altura da secção tracionada imediatamente antes da fendilhação
h_D	Altura hidrostática
h _{sec}	Altura total da secção
k	Coeficiente
k _t	Coeficiente função da duração do carregamento
k _h	Coeficiente de exposição
lo	Comprimento de transferência de tensões aço/betão
l _{banzo}	Largura da secção do banzo

xxiv

l_{EF}	Largura do elemento finito				
l _{EF,adot}	Largura adotada para os elementos finitos				
S	Espaçamento entre varões				
t	Тетро				
t_0	Tempo inicial				
tan	Tangente				
u _d	Perímetro da secção exposta à secagem				
w	Largura de fenda				
W _{adm}	Largura de fenda admissível				
W _{max}	Largura de fenda máxima				
W _{med}	Largura de fenda média				
w_k	Largura de fenda característica				
x	Distância				
Z _{t,n}	Distância da face tracionada à linha neutra da secção				

Abreviaturas:

$A_{s,min}^{EC}$	Área de armadura mínima segundo o Eurocódigo				
$A_{s,min}^{Parede,ACI}$	Área de armadura mínima para o caso de parede segundo A				
ACI	American Concrete Institute				
BS	British Standard				
CEN	Comité Europeu de Normalização				
EC	Eurocódigo				

1. Introdução

1.1. Enquadramento

O tema global deste trabalho incide nos efeitos das deformações impostas nas estruturas e é realizado no âmbito de dissertação para a obtenção do grau de mestre. Relativamente às deformações impostas axiais destacam-se a retração do betão e a variação de temperatura, enquanto os assentamentos diferenciais consistem em deformações de flexão. Para que se estudem as suas implicações a nível estrutural há que proceder a uma análise cuidada dos estudos e regulamentação existentes. No entanto, pode reter-se desde já que este tipo de ações apenas tem consequências estruturais se de alguma forma houver restrição ao livre desenvolvimento das deformações impostas.

Ao longo do trabalho trata-se desta problemática em geral, porém procura-se incidir mais particularmente no caso de paredes de betão armado, visto ser uma situação menos estudada. Há que ter presente que, habitualmente, a consideração das deformações impostas não coloca em risco a segurança da estrutura à rotura, a não ser que induza efeitos de segunda ordem relevantes. Trata-se portanto, essencialmente, de um assunto que pode colocar em causa o bom comportamento em serviço da estrutura, estudando-se neste trabalho as suas implicações a nível de fendilhação do elemento. Desta forma, é pertinente a sua consideração em estruturas de contenção de líquidos, pois as larguras de fenda admissíveis para que não se comprometa o carácter de estanqueidade das paredes é, em geral, mais exigente que os restantes requisitos.

Para além disto, tem-se registado algumas dificuldades na interpretação do regulamento europeu para estes casos, desta forma pretende-se facultar esclarecimentos nesse sentido, acompanhando com outras abordagens preconizadas por outros documentos.

Com o objetivo de compreender o comportamento das paredes quando sujeitas a deformações impostas axiais realiza-se uma análise não linear com recurso ao programa de elementos finitos *SAP2000*. Desta forma, poder-se-á comparar resultados com análises realizadas previamente por outros autores e apoiar a compreensão do comportamento da parede com os resultados obtidos.

1.2. Objetivos

O principal objetivo deste documento é estudar o comportamento da parede sujeita a deformações impostas. Desta forma, pretende-se fazer um levantamento das abordagens preconizadas por vários regulamentos relativamente a este caso, apoiando a compreensão dos fenómenos com uma análise não linear efetuada com o programa de elementos finitos *SAP2000*. Serão ainda analisadas as larguras de fenda de acordo com os requisitos do comportamento em serviço.

1.3. Organização da dissertação

A presente dissertação divide-se em 6 capítulos. O primeiro capítulo consiste na introdução, onde se inserem o enquadramento geral do tema, os objetivos gerais e a estruturação da dissertação.

Posteriormente, é apresentada alguma contextualização com o tema nos capítulos de 2 a 4 até se iniciar a referência à análise não linear realizada, no capítulo 5.

Uma vez que se pretendem estudar os efeitos das deformações impostas em estruturas de betão armado, são apresentadas no capítulo 2 as caracterizações dos materiais constituintes, betão e aço. Essa caracterização é necessária, uma vez que, para se proceder a uma análise não linear, é exigido que se modele corretamente o comportamento dos materiais, baseado em bibliografia existente. Em relação ao betão, este apresenta comportamentos que têm implicações nos efeitos das deformações impostas. São os casos da retração, que se trata precisamente de uma deformação imposta, e da fluência, que tem consequências a nível das tensões. Este capítulo termina com as exigências de serviço em termos de fendilhação do betão, assim como as suas implicações a nível estrutural.

No capítulo 3 começa-se por fazer a distinção conceptual entre ações diretas e indiretas, apresentando-se posteriormente os efeitos a nível de resposta estrutural de cada uma. As deformações impostas incluem-se nas ações indiretas e revela-se pertinente a distinção entre deformações internas e externas. Este capítulo refere-se ao comportamento em relação ao elemento tirante, ou seja, que está restringido nas suas extremidades e são ainda apresentadas abordagens acerca do controlo da fendilhação. A regulamentação acerca deste elemento encontra-se bastante consolidada, servindo de base para o caso da parede. Finalizando este capítulo é feita referência à sobreposição de efeitos entre ações diretas e indiretas e às implicações que podem ter na resposta estrutural. Apesar da sobreposição de ações não ser aplicada na presente dissertação é importante ter noção dos seus efeitos.

No capítulo 4 são apresentadas considerações gerais relativamente ao caso das deformações impostas aplicadas à parede. Procuram-se fazer algumas comparações com o caso do tirante bem como apresentar resultados de análises realizadas previamente por outros autores. Posteriormente, são apresentadas as abordagens preconizadas por dois documentos publicados por duas organizações, o Comité Europeu de Normalização (CEN) e o *American Concrete Institute* (ACI) relativamente às aberturas de fenda para o caso em estudo.

No capítulo 5 é apresentada a análise numérica efetuada. Em primeiro lugar refere-se a modelação realizada, onde se anunciam as considerações adotadas, para que se compreenda em que condições se obtiveram os resultados. Posteriormente, apresentam-se os resultados obtidos em paralelismo com comparações de resultados obtidos por outros autores e ilações retiradas conforme o apresentado no capítulo 4. Por fim, tiram-se as devidas conclusões.

Por último, no capítulo 6 apresentam-se as principais conclusões obtidas com o trabalho desenvolvido, bem como algumas propostas que poderão dar continuidade ao estudo.

São ainda apresentados anexos no final, onde se incluem elementos auxiliares ao estudo geral, designadamente:

- Anexo A: estimativa da deformação imposta a modelar;
- Anexo B: comparação de resultados obtidos através da adoção de malhas de elementos finitos de diferentes dimensões;

- Anexo C: configuração dos elementos finitos utilizada para cada caso modelado;
- Anexo D: comparação entre os resultados da resposta estrutural antes e após a simplificação da configuração dos elementos finitos para alguns dos casos modelados;
- Anexo E: apresentação da evolução da fendilhação para alguns dos casos modelados;
- Anexo F: diagrama de tensões para um dos casos modelados de forma a poder observar as evoluções da fendilhação que provocam alterações no esforço axial instalado na parede;
- Anexo G: localização das secções para as quais se analisou, em altura, a tensão registada na armadura.
- Anexo H: ilustração dos fenómenos que ocorrem e que provocam alterações na tensão registada para os elementos finitos;
- Anexo I: cálculos efetuados para estimar a abertura de fenda para os casos modelados.

2. Caracterização dos materiais

2.1. Betão

2.1.1. Definição das propriedades

O betão é um material geralmente composto por cimento, agregados (finos e grossos) e água, podendo ainda conter adjuvantes e outros materiais adicionais, caso se queira modificar alguma caraterística deste. Este material é utilizado na construção civil devido à sua elevada resistência de compressão e custo acessível.

O seu comportamento quando solicitado à compressão é apresentado na **Figura 2.1a**) onde se ilustra a relação tensão-extensão real. Para efeitos de avaliação da capacidade resistente, o EN 1992-1-1 [1] apresenta dois diagramas alternativos, **Figura 2.1b**) e c), que visam simplificar o processo. Os valores correspondentes às variáveis presentes na **Figura 2.1** são apresentadas na **Tabela 2.1**.



Figura 2.1 – Relação tensão-extensão do betão sujeito a compressão uniaxial segundo EN 1992-1-1 [1]:
 a) comportamento real; b) relação simplificada parábola-retângulo para efeitos de avaliação da capacidade resistente; c) relação simplificada bilinear para efeitos de cálculo. Figura adaptada de EN 1992-1-1 [1]

Tabela 2.1 – Valores de $\varepsilon_c e \varepsilon_{cu}$, presentes na **Figura 2.1** para um betão C25/30

ε _{c1} [‰]	ε _{cu1} [%0]	ε _{c2} [‰]	ε _{cu2} [‰]	ε _{c3} [‰]	ε _{cu3} [‰]
2,1	3,5	2,0	3,5	1,75	3,5

O comportamento não linear é facilmente observável na **Figura 2.1a**), porém para níveis de tensão reduzidos este é praticamente linear. Desta forma, torna-se pertinente a definição de um módulo de elasticidade que é determinado pela secante do intervalo de 0 a $0.4 f_{cm}$, como referido por Costa e Appleton [2]. Este módulo de elasticidade (E_{cm}) é válido para ações instantâneas.

Apesar da boa resistência à compressão, o betão é um material que apresenta baixa resistência à tração. O seu comportamento à tração é praticamente linear até atingir a sua capacidade resistente (f_{ct}), evoluindo de seguida com rigidez negativa até atingir tensão nula, como apresentado na **Figura**

2.2. Tal como no comportamento à compressão, a fase elástica do comportamento do betão à tração apresenta uma pendente de E_{cm} , apresentando a seguir uma perda brusca da capacidade resistente, de modelação mais complexa.



Figura 2.2 – Relação tensão-extensão para o betão à tração. [3]

Este material passa por um processo de endurecimento sendo que 28 dias após betonado apresenta entre 60 a 90% da sua resistência final, dependendo das condições de cura a que foi sujeito e do tipo de cimento utilizado, como indicado em [2]. Porque quando atinge esta idade já apresenta caraterísticas bastante desenvolvidas (tendo em conta as suas caraterísticas finais), as suas propriedades são definidas com referência a esta idade. Este processo de endurecimento aumenta as propriedades resistentes do material e também a sua rigidez. A rigidez do betão reflete-se no valor do módulo de elasticidade, podendo observar-se o seu desenvolvimento na **Figura 2.3a**) enquanto o endurecimento em si é quantificado através de um coeficiente (β_{cc} , **Figura 2.3b**)).



Figura 2.3 – Desenvolvimento ao longo do tempo de: a) Módulo de elasticidade; b) Coeficiente de endurecimento. Adaptado de [4]

As equações (2.1) e (2.2) são preconizadas pelo EN 1992-1-1 [1] e espelham a evolução das características de resistência do betão.

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}$$
(2.1)

Sendo: f_{cm} – valor médio da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade

 $f_{cm}(t)$ – valor médio da tensão de rotura do betão à compressão à idade de t dias

 $m{eta}_{cc}(t)$ – coeficiente de endurecimento do betão à idade de t dias

$$f_{ctm}(t) = \beta_{cc}(t)^{\alpha} f_{ctm}$$
(2.2)

Sendo: f_{ctm} – valor médio da tensão de rotura do betão à tração aos 28 dias de idade

 $f_{ctm}(t)$ – valor médio da tensão de rotura do betão à tração à idade de t dias

 $\beta_{cc}(t)$ – coeficiente de endurecimento do betão à idade de t dias

com: $\alpha = 1$, para t < 28 dias $\alpha = 2/3$, para $t \ge 28$ dias

Este material apresenta um coeficiente térmico de $\alpha_c \approx 10^{-5}$ /°C.

2.1.2. Retração

2.1.2.1. Considerações iniciais

A retração é um fenómeno intrínseco ao ligante utilizado na composição do betão e que consiste na diminuição do volume deste. É um processo que se desenvolve gradualmente ao longo do tempo e devido à variabilidade de causas pode dividir-se nas seguintes parcelas:

- Retração plástica
- Retração química
- Retração térmica
- Retração de carbonatação
- Retração hídrica

Apresenta-se em seguida algumas considerações acerca de cada uma destas parcelas da retração global que tiveram como base as seguintes fontes bibliográficas: [2, 3, 5-12].

2.1.2.2. Retração plástica

A retração plástica manifesta-se muito cedo, ocorrendo antes da presa. Após ser betonado, o betão, ainda fresco, perde água por evaporação através da superfície e por absorção dos agregados ou material de cofragem. Esta perda de água nas regiões superficiais a que o betão é inevitavelmente sujeito leva à sua contração e é mais crítica quanto mais rápida ocorrer.

A perda de água dá-se mais rapidamente quanto maior for a área de exposição de um elemento de betão em relação á sua espessura. Condições climatéricas extremas como o calor, exposição solar e vento tendem a secar o betão mais rapidamente. Betões com menor rácio água/cimento são mais desfavoráveis sob este ponto de vista uma vez que em betões com elevado rácio água/cimento o fenómeno de exsudação compensa a perda de água á superfície da peça, o que não ocorre com tanta eficácia para o primeiro caso. A má montagem do sistema de cofragem pode levar à existência de espaços entre peças de cofragem originando drenagem da água do betão.

2.1.2.3. Retração química

A retração química é provocada pelo processo de hidratação do cimento que ao consumir água retrai o betão. Gonilha [5] refere que apesar do volume específico do ligante diminuir, a formação de vazios ou poros de gel pode levar ao aumento do volume aparente do elemento. Esta parcela em conjunto com a parcela de retração de autodissecação (referida no subcapítulo 2.1.2.6) dá origem á retração autogénea, também denominada de endógena.

2.1.2.4. Retração térmica (devido ao processo de cura)

A retração térmica resulta do gradiente térmico que se cria entre o ambiente exterior e a peça de betão aquando da hidratação do ligante. O documento elaborado por Bamforth [9] incide sobre este fenómeno e permite compreender os seus efeitos.

À medida que o cimento hidrata, há geração de calor, inicialmente a uma taxa superior à da perda de calor para o ambiente, o que provoca um aumento na temperatura do betão e consequentemente este expande. À medida que a taxa da geração de calor reduz progressivamente, a perda de calor do elemento torna-se predominante e resultado disso o betão arrefece e contrai. A **Figura 2.4** retrata a

evolução da temperatura da peça de betão nos primeiros dias, ilustrando a influência da hidratação do ligante. É também observável a influência da temperatura ambiente na temperatura da peça, constatando-se que é mais vantajoso betonar em condições de temperatura reduzida.



Figura 2.4 – a) Temperatura ambiente após betonagem; b) Temperatura da peça de betão após betonagem.
 Figura adaptada de [13] com casos 1, 2 e 3 referentes a temperaturas ambientes de 12, 19 e 26ºC na altura da betonagem.

Tal como as restantes parcelas da retração, se a peça não tivesse qualquer restrição, o betão iria expandir e contrair sem desenvolver tensões. No entanto, a peça de betão oferece restrições, quer devido às ligações ao exterior quer devido à diferença de temperaturas na própria secção. Este fenómeno dá-se numa fase inicial do tempo de vida do betão, sendo que o desenvolvimento das suas propriedades (endurecimento do betão) revela-se um fator importante. Se as propriedades do betão fossem constantes ao longo do tempo, um elemento restringido desenvolveria tensões de compressão aquando o aquecimento da peça e aliviaria essas tensões no processo de arrefecimento. Contudo, o módulo de elasticidade do betão varia consideravelmente nos primeiros dias depois da betonagem (como indicado no subcapítulo 2.1.1), sendo inferior durante o processo de aquecimento em comparação com o seu valor durante o arrefecimento.

Desta forma, as tensões de compressão geradas durante o aquecimento do betão são menores que as tensões de tração geradas no arrefecimento derivado do aumento de rigidez. Daí resulta uma tendência para se terem tensões residuais de tração no final deste fenómeno.

O processo de fendilhação devido à retração térmica ocorre tanto mais tarde quanto maior for a espessura das secções uma vez que o arrefecimento do betão se dá de forma mais lenta quanto maior for a espessura da peça. Esta contração faz-se sentir com mais intensidade após a descofragem do elemento, pois esta funciona como barreira às condições exteriores.

2.1.2.5. Retração de carbonatação

A retração de carbonatação dá-se quando o hidróxido de cálcio $(Ca(HO)_2)$, presente no cimento, reage com o dióxido de carbono (CO_2) existente na atmosfera, resultando em carbonato de cálcio $(CaCO_3)$. O facto de o reagente ter menor volume que os produtos de reação leva à contração do betão.

2.1.2.6. Retração hídrica

A retração hídrica, parcela mais significativa, consiste na contração do betão derivado de perdas de água por parte do cimento, sendo dividida em retração de autodissecação e retração de secagem. A **Figura 2.5** apresenta o desenvolvimento das parcelas da retração com mais expressão ao longo do tempo para diferentes condições de humidade relativa.



Figura 2.5 – Evolução da retração hídrica ao longo tempo segundo o EN 1992-1-1 [1], para diferentes condições de humidade [6]

Desde logo, a **Figura 2.5** permite constatar que a **retração endógena, que resulta da soma da retração química e da retração de autodissecação,** é independente das condições exteriores e estabiliza relativamente cedo, enquanto o desenvolvimento do processo de secagem se prolonga no tempo. A definição da parcelas hídricas são apresentadas de seguida.

a) Retração de secagem

A retração de secagem é um processo duradouro, mas com tendência a estabilizar. Consiste essencialmente na perda de água do elemento. Estando o betão exposto a condições de secagem, a água presente neste, com o passar do tempo, migra do interior para as zonas periféricas sendo depois evaporada. Este processo demora anos a estabilizar e é a parcela com mais expressão na retração total sendo mais preponderante em betões com rácio água/cimento elevado.

Esta retração dá-se de forma não uniforme, a zona superficial tende a retrair mais rápido que o núcleo. Desta forma cria-se um gradiente de tensões autoequilibrado dentro da peça que induz trações na zona superficial e compressões no núcleo.

Dado que é o cimento que sofre esta perda de água, é este que tende a retrair. Desta forma, o ligante isolado retrairia mais do que a peça de betão, levando á conclusão que esta retrai mais quanto menor for o tamanho dos agregados.

A nível externo, a humidade relativa e a exposição à secagem são fatores que influenciam a magnitude desta contração, uma vez que intervêm na secagem da peça.

b) Retração de autodissecação

A retração de autodissecação dá-se nos primeiros dias após betonagem e ocorre sem trocas de humidade com o exterior. Aquando da hidratação do cimento, as reações químicas consomem a água presente nos poros gerando subpressões. A perda de água dá-se primeiro nos poros maiores levando a que aos 28 dias já tenha ocorrido cerca de 80% do fenómeno.

O volume total da peça de betão contrai mais quanto menor for a relação água/cimento, fazendo-se notar mais em betões de alta resistência.

2.1.2.7. Cálculo da retração

Apesar de se poderem identificar as origens das parcelas da retração inumeradas anteriormente, uma vez que as parcelas de secagem e autogénea são predominantes face às restantes parcelas, combinado com a sua difícil quantificação, o regulamento europeu, EN 1992-1-1 [1], apenas apresenta o método de quantificação daquelas. Desta forma, segundo este regulamento a retração é dada pela equação (2.3).

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$
 (2.3)

Sendo: ε_{cs} – extensão devida à retração total do betão

 ε_{cd} – extensão devida à retração de secagem

 ε_{ca} – extensão devida à retração autogénea

Ambas as parcelas desenvolvem-se ao longo do tempo, mas numa análise a longo prazo interessam valores finais. Como se observou na **Figura 2.5**, ambos os fenómenos tendem a estabilizar. Segundo o EN 1992-1-1 [1], as parcelas de extensão final referentes à retração de secagem e autogénea calculam-se através das equações (2.4) e (2.5), respetivamente.

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \tag{2.4}$$

Sendo: $\varepsilon_{cd,\infty}$ – extensão a longo prazo devida à retração de secagem

k_h - coeficiente de exposição

 $\varepsilon_{cd,0}$ – valor nominal da extensão de retração de secagem

$$\varepsilon_{ca,\infty} = 2.5(f_{ck} - 10) \times 10^{-5} \tag{2.5}$$

Sendo: $\varepsilon_{ca,\infty}$ – extensão a longo prazo devida à retração autogénea

 f_{ck} – valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade [*MPa*]

O cálculo da retração a longo prazo utilizada para o caso de estudo é apresentado no Anexo A.

2.1.3. Fluência

2.1.3.1. Considerações iniciais

A fluência trata-se de um fenómeno intrínseco ao betão. Este fenómeno consiste no aumento de deformação ao longo do tempo num elemento sujeito a tensão com carácter de permanência. Este aumento de deformação em relação à deformação instantânea resulta essencialmente da variação de volume do ligante do betão.

Como referido por Appleton et al. [14], a fluência do betão depende de diversos fatores como:

- Idade do betão aquando o início do carregamento (t₀), sendo que betões velhos sofrem menor fluência que betões novos;
- Intervalo de tempo do carregamento, sendo que quanto maior for o intervalo, maiores são os efeitos da fluência;
- Humidade e temperatura ambiente, sendo que maior humidade leva a menor fluência e maior temperatura leva a maior fluência;
- Composição e consistência do betão (ou seja, difere consoante o tipo de betão e a relação água/cimento);
- Geometria da secção, expressa pela espessura equivalente (*h*₀).

Na **Figura 2.6** é possível observar os efeitos que a resistência do betão e a humidade relativa provocam na magnitude do coeficiente de fluência (φ).



Figura 2.6 – Valores do coeficiente de fluência para diferentes classes de betão e diferentes condições de humidade. Adaptada de [6]

Appleton [4] e Vieira [6] referem que quanto mais resistente for o betão menor a sua deformabilidade tanto a curto como a longo prazo. Tal deve-se ao aumento do módulo de elasticidade e à diminuição do coeficiente de fluência, para betões mais resistentes.

Ainda relativamente à **Figura 2.6**, observa-se que as condições de secagem condicionam a fluência. Temperaturas elevadas e humidades relativas baixas levam ao aumento da fluência, visto serem condições propícias à redução de volume da pasta de cimento por secagem.

Em relação ao efeito da idade do carregamento, quanto mais tarde o betão for carregado menor será a deformabilidade quer instantânea quer a longo prazo, como se observa na **Figura 2.7**. A questão relacionada com a deformabilidade instantânea é justificada pelo módulo de elasticidade aumentar no tempo, estando ligado ao processo de endurecimento do betão. Dado que $\varepsilon = \sigma/E$, para tensão (σ) constante o aumento do módulo de elasticidade (E) leva à diminuição da extensão (ε). Quanto à redução da fluência para carregamentos mais tardios, Bazant [15] e Vieira [6] referem que tal se deve ao processo de hidratação do cimento. Este processo é mais intenso em betões mais jovens porém trata-se de um processo relativamente duradouro, daí a fluência fazer sentir-se mesmo para idades de carregamento elevadas.



Figura 2.7 – Deformação do betão ao longo do tempo para duas situações em que apenas varia a idade do carregamento [4]

Como mencionado por Rusch et al. [16] e Appleton et al. [14], a fluência pode ser considerada como uma diminuição da rigidez das estruturas de betão, uma vez que pode ser interpretada como uma redução do módulo de elasticidade, devido ao aumento da deformação dos elementos sujeitos a carregamento. Por outro lado, **quando os elementos estão sujeitos a deformações impostas, a fluência provoca a diminuição das tensões nos elementos**, como um efeito de relaxação.

A fluência depende, ainda, do nível de tensão aplicada. Para tensões inferiores a $0,45f_{ck}$ a fluência é proporcional à tensão, enquanto para valores superiores a fluência aumenta mais rapidamente sendo não linear em relação à tensão.

2.1.3.2. Módulo de elasticidade ajustado

Como referido anteriormente, a fluência origina uma resposta menos rígida por parte da estrutura. Aplicando este fenómeno ao caso das deformações impostas, devido a estas se desenvolverem lentamente ao longo do tempo, a fluência permite que as tensões registadas no betão, por efeito das restrições do sistema estrutural, sejam inferiores em relação à resposta instantânea.

Para **ações a longo prazo** (como é o caso da retração) é usual adotar um módulo de elasticidade ajustado de $E_{c,ajust}^{LP} \approx E_{c,28}/3$, enquanto para **ações cíclicas** (como é o caso da variação de temperatura cíclica Verão-Inverno) é usual adotar $E_{c,ajust}^{cicl} \approx E_{c,28}/2$, como indicado por Appleton [4]. Como é apresentado por Gonilha [5], o módulo de elasticidade ajustado ($E_{c,ajust}$) é calculado através da equação (2.6).

$$E_{c,ajust} = \frac{E_{cm,28}}{1 + \chi\varphi}$$
(2.6)

Sendo: E_{c,ajust} – módulo de elasticidade ajustado do betão

 $E_{cm.28}$ – módulo de elasticidade secante do betão aos 28 dias de idade.

 χ – coeficiente de envelhecimento

 ϕ – coeficiente de fluência

A definição dos valores do coeficiente de fluência (φ) e do coeficiente de envelhecimento (χ) têm várias propostas. A **Figura 2.8** apresenta, para umas dadas condições, os valores estimados segundo EN 1992-1-1 [1] e Model Code 90 [17] (para φ) e Trevino [18] (para χ).



Figura 2.8 – a) Desenvolvimento do coeficiente de fluência segundo EN 1992-1-1 [1] e Model Code 90 [17];
b) Desenvolvimento do coeficiente de envelhecimento segundo Trevino [18]. Figura adaptada de [5]

2.2. Armaduras ordinárias

O presente subcapítulo é baseado nas referências [1, 2, 14], referindo as características mais importantes do comportamento do aço, em particular no que se refere ao presente trabalho.

As armaduras ordinárias utilizadas na construção civil são maioritariamente aplicadas em forma de varão nervurado e apresentam um comportamento à tração e compressão similar. A sua aplicação na construção civil deve-se essencialmente à sua elevada resistência de tração e à boa aderência ao betão. O seu método de fabrico difere entre endurecido a frio e laminado a quente, sendo o último o mais comum. A diferença entre ambos faz-se notar ao nível do comportamento, como ilustrado na **Figura 2.9a**). Uma importante característica apresentada pelo aço é a sua ductilidade, que consiste na capacidade deste se deformar, a partir da cedência, até atingir a rotura, contribuindo para a não fragilidade das estruturas.



Figura 2.9 – a) Comportamento do aço à tração consoante o método de fabrico [2]; b) Relação tensão-extensão para efeitos de cálculo [1]

Para efeitos de cálculo, há que simplificar o comportamento deste material. O EN 1992-1-1 [1] apresenta hipóteses de cálculo, que se encontram representadas na **Figura 2.9b**). Para a compreensão desta figura é importante referir como são determinados os parâmetros aí presentes:

O valor de k (coeficiente que expressa a relação entre os valores característicos das tensões de rotura e de cedência do aço à tração, f_{tk}/f_{yk}) e ε_{uk} (extensão característica do aço na carga máxima) dependem da classe de ductilidade do aço utilizado. Os valores mínimos destes parâmetros são apresentados na Tabela 2.2.

Classe de ductilidade	А	В	С
k	≥ 1,05	≥ 1,08	≥ 1,15 < 1,35
ε_{uk} (%)	≥ 2,5	≥ 5,0	≥ 7,5

Tabela 2.2 – Valores de $k \in \varepsilon_{uk}$

- Extensão última de cálculo: $\varepsilon_{ud} = 0.9 \varepsilon_{uk}$
- Coeficiente de segurança do aço: $\gamma_s = 1,15$
- Módulo de elasticidade do aço: $E_s = 200 GPa$
- Os valores de f_{yk} (tensão característica de cedência do aço) oscilam entre 400 a 600 MPa, sendo os mais comuns 400 e 500 MPa

O coeficiente térmico do aço é idêntico ao do betão ($\alpha_s \approx 10^{-5}/{}^{\circ}C$) para temperaturas entre -20°C e 150°C.

Este material, por ser metálico, é suscetível de sofrer corrosão, que degrada a armadura diminuindo a secção desta e danificando o betão de recobrimento do betão armado. Desta forma, há que garantir um recobrimento adequado da armadura, que protege esta dos elementos exteriores. O EN 1992-1-1 [1] apresenta algumas recomendações a par de muitas outras publicações sobre esta matéria.

2.3. Fendilhação no betão armado

A fendilhação do betão é algo a aceitar com naturalidade dada a fraca resistência deste a tensões de tração em comparação com compressão. O conceito de betão armado convive exatamente com esse facto, devido à fraca resistência de tração do betão, colocando-se quantidades adequadas de armadura para fazer face a essas trações. No entanto é fundamental controlar a abertura de fendas por motivos estéticos, de durabilidade e/ou funcionais.

Estética

As exigências estéticas prendem-se essencialmente com questões de conforto do utilizador. Fendas na estrutura são geralmente vistas com alguma preocupação pela população em geral e a tolerância à fendilhação depende do nível de exigência ou preocupação do dono de obra. Salvo casos de elevada exigência, valores de **0,3 a 0,4 mm** são considerados razoáveis.

Durabilidade

Uma das exigências das estruturas é a sua durabilidade. Os requisitos de durabilidade dependem de inúmeros fatores, são eles: o tempo de vida útil da estrutura (definido pelo dono de obra ou pelo projetista e que é indicativo do seu grau de importância) e a classe de exposição. A durabilidade da estrutura é posta em causa pelo ataque aos seus materiais. Ora, no que toca à limitação da largura de fendas o que se pretende é preservar as armaduras. Luís [19] refere uma investigação experimental levada a cabo por Schiessel [20] onde se evidencia que para larguras de fenda perpendiculares à armadura e com valores **inferiores a 0,30 e 0,40***mm* a durabilidade da estrutura é pouco afetada. Nestas condições, apesar de se poder proporcionar o início da corrosão das armaduras, esta não evolui e refere, ainda, que para larguras de fenda desta ordem de grandeza, a qualidade do betão e o recobrimento são fatores muito mais influentes na durabilidade da estrutura.

Funcionalidade

Relativamente à funcionalidade destacam-se estruturas que têm como função a contenção de líquidos. O EN 1992-3 [21] apresenta regulamentação a esse respeito, apresentando quatro classes de exigência:

- Classe 0 Considera-se aceitável algum grau de fuga de líquidos. Não há exigências adicionais relativamente às larguras de fenda;
- Classe 1 Fuga de líquidos deve ser limitada a uma pequena quantidade. Fendas que atravessem totalmente a espessura do elemento devem ser limitadas a w_{adm} (largura de fenda admissível):
 - $h_D/e \le 5, \qquad w_{adm} = 0,20mm \quad (h_D \text{altura hidrostática}, e \text{espessura do elemento})$ $- h_D/e \le 35, \qquad w_{adm} = 0,05mm \quad (\text{interpolar valores intermédios});$
- Classe 2 São aceites fugas mínimas, desde que não ocorra a alteração da aparência do elemento. Deve se evitar o aparecimento de fendas que atravessem totalmente a espessura do elemento;
- Classe 3 Não é permitido a formação de fendas. São exigidas medidas especiais para assegurar a impermeabilidade do elemento.

Implicações a nível estrutural

A nível estrutural, a fendilhação do betão provoca perda de rigidez na peça. Esse processo encontra-se exemplificado na **Figura 2.10**.



Figura 2.10 – Evolução da rigidez (K) do elemento ao longo do seu comprimento à medida que este fendilha [5]

Quando um elemento de betão armado não se encontra fendilhado, o seu comportamento é linear e a rigidez da peça é obtida pelo conjunto aço-betão. Relativamente às tensões nos materiais, tal como referido por Ghali et al [22], na iminência de ocorrer uma fenda, a tensão no betão é f_{ct} (capacidade resistente do betão à tração) enquanto a tensão no aço é α_e . f_{ct} (sendo α_e um coeficiente de

normalização igual a E_s/E_c). Quando se atinge a resistência de tração do betão, abre-se uma fenda por rotura local do betão onde o esforço atuante é transferido para a armadura existente na secção fendilhada, ficando esta sujeita à tensão $\sigma_s = N/A_s$. Sendo assim, na zona fendilhada, a rigidez passa apenas a corresponder à rigidez do aço (Estado II) e a zona afastada das fendas mantém o comportamento inalterado (Estado I). À medida que vão ocorrendo mais fendas este processo repete-se e a rigidez global da peça diminui.

Na verdade, o processo é um pouco mais complexo havendo que contabilizar também a contribuição do betão nas zonas entre fendas, possível devido à aderência existente entre este e o aço. Esta aderência não é perfeita na zona junto às fendas desenvolvendo-se ao longo de um comprimento médio de transferência de tensões aço/betão, definido por l_a (equação (2.7)).

$$l_o = \frac{1}{4} \times k_1 \times k_2 \times \frac{\phi}{\rho_{ef}}$$
(2.7)

Sendo: l_o – comprimento de transferência de tensões aço/betão [m]

 k_1 – coeficiente de aderência das armaduras (0,8 para varões nervurados e 1,6 para varões lisos)

 k_2 – coeficiente de distribuição de tensões (0,5 para flexão e 1,0 para tração pura)

 ϕ – diâmetro dos varões [m]. Para uma pormenorização com vários diâmetros de armadura utilizar $\phi_{eq} = \frac{\sum n_i \cdot \phi_i^2}{\sum n_i \cdot \phi_i}$, onde n_i é o número de varões de diâmetro ϕ_i

 $ho_{\it ef}$ – percentagem de armadura efetiva

Nesta zona de transição o comportamento varia entre Estado I e Estado II e as tensões no aço e no betão também sofrem uma suavização, como é possível observar na **Figura 2.11**. Tal como explicado, é possível observar o pico da tensão na armadura na zona da fenda e a tensão nula no caso do betão para essa mesma zona.



Figura 2.11 – Tensões e extensões no betão e na armadura na fase de fendilhação estabilizada [4]

A definição desta transição de rigidez é de difícil quantificação. Vieira [6] e Câmara [23] apresentam um método proposto por Favre et al. [24] que visa precisamente simplificar a quantificação da perda de rigidez, denominado de Método da Rigidez Equivalente. Como ilustrado na **Figura 2.12**, a perda de rigidez é simplificada de modo à influência na perda de rigidez global da peça ser a mesma nos dois casos (real e simplificado).



Figura 2.12 – Simplificação adotada para o Método da Rigidez Equivalente [23]

Segundo esta abordagem, admite-se uma aderência perfeita entre os materiais, estando a diferença de extensão entre estes avaliada pela deformação do aço isolado num comprimento de 0,35 l_o para cada lado da fenda. A estimativa do valor médio da largura de fenda (w_{med}), segundo esse método, é proposto como apresentado na equação (2.8).

$$w_{med} = 0.7 \ l_0 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \tag{2.8}$$

Sendo: w_{med} – valor médio da largura de fenda [m]

 l_0 – comprimento de transferência de tensões aço/betão [m]

 σ_s – tensão no aço [MPa]

 E_s – módulo de elasticidade do aço [MPa]

3. Tipos de ação e respetivo comportamento estrutural em elementos de betão armado

3.1. Tipos de ação

3.1.1. Considerações iniciais

O subcapítulo 3.1 foi trabalhado com base na informação recolhida nas referências: [3, 4, 7, 12] e aborda uma questão decisiva num projeto de betão armado, a diferença de comportamento entre os efeitos de ações diretas e indiretas.

Ao dimensionar uma estrutura há que assegurar que esta apresenta um nível de resistência à rotura adequado e características de comportamento em serviço adaptadas às suas funções. Antes de adotar as classes de materiais, as dimensões das secções e as quantidades de armadura é necessário definir as ações que se podem prever na estrutura e qual a sua relevância. No que se segue, resume-se o essencial da diferenciação entre os dois tipos de ações acima referidos.

3.1.2. Ações diretas

Ações diretas consistem em cargas aplicadas à estrutura, originando esforços que têm de as equilibrar. É necessário que a estrutura apresente resistência suficiente para acomodar esses esforços estando presentes não só na verificação de segurança à rotura mas também na verificação do bom comportamento em serviço.

Aquando a perda de rigidez de uma estrutura sujeita a carregamento direto, a sua deformação aumenta. Desta forma, é necessário ter em conta os efeitos da fluência e fendilhação para a deformada a longo prazo na verificação do bom comportamento em serviço de uma estrutura. O método dos coeficientes globais consiste numa aproximação ao real valor da deformada tendo em conta os efeitos referidos. Relativamente aos esforços, o que pode ocorrer aquando da fendilhação é o fato da sua distribuição pela estrutura poder variar, mas sempre de tal modo a equilibrar as ações aplicadas. Assim, para este tipo de ações os esforços globais mantêm-se sempre.

3.1.3. Ações indiretas

A diferença entre as ações diretas e indiretas é que no primeiro caso aplicam-se cargas á estrutura, enquanto no segundo são aplicadas deformações impostas. Estas ações podem ter várias origens, como por exemplo, as extensões de **retração do betão** ou **variação de temperatura** e os deslocamentos devidos a **assentamentos diferenciais**.

Ao contrário das ações diretas, as deformações impostas não provocam esforços na estrutura se esta for isostática. É necessário haver restrição a essas deformações para que resultem esforços na estrutura. Esta **restrição** é proporcionada pela **hiperstatia da estrutura** (caso das ligações ao exterior) ou a nível interno à secção. Este último caso é, por exemplo, o impedimento ao livre encurtamento do betão aquando da retração, devido à armadura não ter a mesma tendência. Este processo origina particularidades no comportamento do elemento como se verá no subcapítulo 3.2.3.3, em particular distribuição de tensões autoequilibradas. Tratando-se de deslocamentos aplicados à estrutura, os esforços que daí advêm dependem do grau de restrição e da sua própria rigidez. Assim, estruturas mais rígidas desenvolvem esforços superiores em comparação com outras menos rígidas. Desta forma, fenómenos que induzem perda de rigidez nas estruturas originam o alívio dos esforços provocados por ações indiretas. É o caso da fluência, que proporciona o desenvolvimento de tensões inferiores para ações de longo prazo em comparação com ações instantâneas, e da própria fiendilhação que provoca reduções repentinas dos esforços instalados, como se verá no subcapítulo 3.2.3.

Devido a esta redução de esforço aquando a perda de rigidez, em geral, as ações indiretas não são incluídas na verificação à rotura de uma estrutura, uma vez que próximo da rotura forma-se um mecanismo anulando-se mesmo aqueles esforços, exigindo-se, isso sim, um nível de ductilidade adequado. A sua relevância a nível da segurança estrutural apenas se dá quando estas ações provocam efeitos de segunda ordem significativos, esses sim, podem afetar a segurança estrutural à rotura.

Relativamente à verificação de serviço, o caso muda de figura. Apesar do alívio de esforços aquando a perda de rigidez, as ações indiretas apresentam capacidade para desenvolver tensões que originem fendilhação, entre outros efeitos. Desta forma, a inclusão destas ações na verificação do bom comportamento em serviço torna-se pertinente em estruturas mais sensíveis a este tipo de ações (estruturas de grandes dimensões ou fortemente restringidas). De facto, como Luís [19] refere, a não consideração deste tipo de ações em contexto do comportamento em serviço levou a alguns problemas no passado que obrigaram à procura de soluções adequadas a definir na regulamentação e na prática do projeto.

3.2. Comportamento estrutural de elementos de betão armado

3.2.1. Considerações iniciais

Os elementos de betão armado não apresentam comportamento linear ao longo da sua vida útil. A não linearidade do comportamento dos materiais inclui fenómenos diferidos no tempo como o endurecimento e a fluência do betão e, ainda, a fraca resistência de tração deste, que leva a peça a fendilhar. Estes aspetos constituem fatores fundamentais para que o elemento tenha um comportamento não linear. De seguida, apresentam-se as respostas estruturais do betão armado sujeito a vários tipos de ações, efetuada através da consulta de diversas referências bibliográficas: [3, 5-8, 19]. Desta forma, procura-se esclarecer o porquê dos diferentes tipos de ações serem tratados de maneira distinta, uma vez que isso resulta das características da resposta estrutural.

3.2.2. Elemento sujeito a esforço axial

Ao solicitar um tirante de betão armado a uma força de tração crescente até atingir a rotura obtém-se o comportamento $N - \varepsilon$ presente na **Figura 3.1**, onde é possível distinguir 3 fases do comportamento do tirante: fase não fendilhada, fendilhada e fase de rotura.



Figura 3.1 – Comportamento estrutural de um tirante de betão armado à tração. [5]

a) Fase Não Fendilhada

Na fase não fendilhada, o tirante evolui segundo um comportamento elástico-linear, em Estado I, e onde a influência do aço no elemento global é bastante reduzida dado que ainda não se formaram fendas no betão. Esta fase termina ao formar-se a primeira fenda quando se atinge o esforço axial de fendilhação (N_{cr} , equação (3.1)).

$$N_{cr} = f_{ctm} \times A_c \tag{3.1}$$

Sendo: N_{cr} – esforço axial de fendilhação do betão

 f_{ctm} – valor médio da tensão de rotura à tração do betão, aos 28 dias de idade

Ac - área da secção transversal de betão

Caso se trate de uma ação a curto prazo a primeira fenda ocorre a uma extensão de $0,1x10^{-3}$ enquanto se for solicitado por uma ação a longo prazo Vieira [6] refere que esta se dá para um valor de extensão duas a três vezes superior, resultado dos efeitos da fluência.

b) Fase fendilhada

A fase fendilhada está dividida em duas partes: fase de formação de fendas e fase de fendilhação estabilizada. A fase de formação de fendas inicia-se com a primeira fenda e termina com a formação da última, verificando-se a redução da rigidez a cada abertura de fenda, como explicado no subcapítulo 2.3. Na **Figura 3.1** é possível identificar a formação de fendas com a existência de patamares onde para esforço constante a extensão aumenta, fruto dessa perda de rigidez.

É importante que o elemento tenha uma quantidade de armadura adequada à magnitude da ação a que está sujeita para que permita a formação de várias fendas antes da cedência do aço. Este processo está explicado no subcapítulo 3.2.4.2, incidindo mais sobre os efeitos a nível de deformação imposta, uma vez ser este o tema desta dissertação, porém trata-se de uma situação transversal a qualquer tipo de ação. No essencial a capacidade resistente das armaduras tem de ser superior ao esforço de fendilhação.

Assim que o elemento perde a capacidade para formar mais fendas (geralmente para extensões entre $1,0 \times 10^{-3}$ e $1,5 \times 10^{-3}$) inicia-se a fase de fendilhação estabilizada. Nesta fase, dá-se um aumento da largura das fendas já existentes e o tirante evolui com rigidez estabilizada. O comportamento do tirante nesta fase encontra-se entre os Estados I e II. Apesar do betão fendilhar em diversas zonas este tem uma contribuição no elemento global nas zonas entre fendas, daí o comportamento do tirante na fase de fendilhação estabilizada diferir da do Estado II (em que apenas consideraria a contribuição da armadura) devido ao efeito denominado de *tension stiffening*. A **Figura 3.2** pretende ilustrar precisamente essa contribuição, apesar de ser importante ter em atenção que o comportamento não atinge exatamente o estado II, como visto na **Figura 3.1**.

Esta fase termina com o início da cedência das armaduras.



Figura 3.2 - Contribuição do betão na resposta estrutural do tirante à tração. [4]

c) Fase de rotura

Com o início da cedência das armaduras o tirante adquire um comportamento plástico até atingir a rotura. A rotura do tirante dá-se para valores de extensão entre $3,0 \, e \, 8,0 \times 10^{-2}$ para aços correntes. Iniciando-se esta fase para valores da ordem de grandeza de $2,2 \times 10^{-3}$, constata-se o comportamento dúctil dos elementos de betão armado correntes, pois apresenta uma grande capacidade de deformação após o início da plastificação das armaduras.

3.2.3. Elemento sujeito a deformação imposta axial

3.2.3.1. Considerações iniciais

Como referido anteriormente, a resposta do betão estrutural quando solicitado por uma ação depende da natureza desta. A resposta estrutural a cada uma das ações comprova a necessidade de diferenciação entre ação direta e indireta. Contudo, é ainda necessário distinguir entre deformação imposta externa e interna, como se demonstra de seguida.

Por se tratarem de ações externas ao tirante, as respostas deste quando solicitado por força axial ou deformação externa têm mais semelhanças do que para o caso da deformação interna.

3.2.3.2. Deformação imposta externa

Ao solicitar o tirante a uma deformação imposta externa obtém-se a resposta estrutural $N - \varepsilon$ ilustrada na **Figura 3.3**, na qual é possível identificar as mesmas fases presentes no comportamento do tirante sujeito a uma força de tração (subcapítulo 3.2.2): fase não fendilhada, fase fendilhada e fase de rotura.



Figura 3.3 – Comportamento estrutural de um tirante de betão armado sujeito a uma deformação imposta externa. Figura adaptada de [5]

Contudo, há diferenças de comportamento fruto da natureza de cada ação. Durante a fase fendilhada, o facto de se tratar de um incremento de deformação ao invés de um incremento de carga, faz com que aquando da formação de uma nova fenda, a resposta à perda de rigidez resulte na diminuição repentina do esforço instalado.

Aquando a atuação de uma ação indireta num elemento de betão armado, o esforço a que este está sujeito depende da rigidez do próprio e da restrição às deformações dependente das condições de fronteira. Quando ocorre uma perda de rigidez, para a mesma extensão, o esforço instalado diminui sendo necessariamente inferior que o correspondente à resposta elástica. Como se observa, na fase de formação de fendas este esforço está limitado a pouco mais do esforço axial de fendilhação, tratando-se de magnitudes de ação correntes. Desta forma, é usual adotar-se como valor máximo para efeitos de verificação de serviço o valor N_{cr} , consistindo numa abordagem conservativa já que por força da sobreposição de efeitos com cargas diretas aplicadas à estrutura (subcapítulo 3.3) este valor tende a ser inferior.

Exemplo de uma deformação imposta externa é o caso da variação de temperatura, uma vez que é aplicada a todo o tirante e não só a um material.

3.2.3.3. Deformação imposta interna

A diferença entre deformação imposta interna e externa é que no primeiro caso a deformação é apenas aplicada a um dos materiais do elemento, como por exemplo a retração, que se trata de um fenómeno exclusivo do betão. O facto da retração atuar apenas sobre o betão não impede que esta tenha consequências para ambos os materiais. Apesar do aço não acompanhar a tendência do betão em contrair, a aderência existente entre eles provoca um campo de tensões autoequilibrado. Há, portanto,

uma restrição interna ao livre desenvolvimento das deformações do betão que provoca tração no betão e compressão no aço.

Desta forma, num sistema com restrições exteriores a primeira fenda ocorre para um valor de esforço axial inferior ao N_{cr} , como se pode observar na **Figura 3.4**, consequência do betão estar sujeito a uma tração adicional, referente à parcela autoequilibrada, para além da resultante da hiperstatia exterior do tirante.



Figura 3.4 – Comportamento de um tirante de betão armado quando sujeito a uma deformação imposta interna. Figura adaptada de [5]

À medida que a deformação imposta vai aumentando, mais fendas vão surgindo, sendo o esforço axial, correspondente a cada fenda, inferior ao estabelecido na fenda anterior. Tal ocorre devido à parcela adicional de tração no betão, gerado pelo campo de tensões autoequilibrado, aumentar com o aumento da deformação. Assim, a resistência do betão à tração é atingida para esforços globais na estrutura cada vez menores.

O facto de se gerarem compressões no aço devido ao campo de tensões autoequilibrado faz com que as tensões neste sejam inferiores em comparação com as registadas para uma deformação imposta externa. Contudo, segundo Câmara e Luís [25], apesar da tensão no aço ser inferior para este caso em comparação com o anterior, a largura de fenda é da mesma ordem de grandeza para níveis de deformação imposta semelhantes, como é possível observar na **Figura 3.5**. Tal é justificado com o facto de o betão retrair e com isso aumentar a largura de fenda, uma vez que a aderência entre os dois materiais não é perfeita junto da zona fendilhada, como visto no subcapítulo 2.3, permitindo algum deslizamento entre os dois materiais localmente.

Há que realçar ainda que a redução de esforço produzido pelo campo autoequilibrado de tensões tem uma tendência inversamente proporcional à rigidez do aço (**Figura 3.4**). Sendo a tensão nos materiais um reflexo do esforço instalado no elemento, é possível detetar essa característica também na **Figura 3.5b**), onde os desenvolvimentos de tensões de pico e tensões em zona não fendilhada (tensão de compressão) evoluem com a mesma tendência.



Figura 3.5 – Evolução de tensões no aço e largura de fendas para elementos sujeitos a deformação imposta: a) externa; b) interna. Adaptada de [25]

Nota: Resultados obtidos através de análise não linear no programa ATENA, percentagem de armadura no tirante de 0,66%. As cores utilizadas no gráfico apenas servem para distinguir diferentes localizações de fenda, não é intuito especificar em que zonas é que ocorreram as primeiras fendas, pois na realidade isso depende de imensos fatores que não são normalmente objeto de estudo em análises de modelação.

3.2.4. Controlo da abertura de fendas

3.2.4.1. Considerações iniciais

O controlo da abertura de fendas em elementos de betão armado faz-se através da adoção de armadura nas zonas sujeitas a tração, sendo esta dimensionada com recurso a alguns critérios como: o critério da não plastificação da armadura ou o critério da limitação da largura de fenda. No subcapítulo 3.2.4.4 são ainda apresentadas metodologias preconizadas pelo regulamento europeu EN 1992-1-1 [1] para o cálculo e controlo da abertura de fendas. Este caso da tração pura está bastante estudado e os fenómenos encontram-se bem compreendidos e devidamente regulamentados. O subcapítulo 3.2.4 tem como base as referências: [3-8].

3.2.4.2. Critério da não plastificação da armadura

O critério da armadura mínima é também referido como critério da não plastificação das armaduras uma vez que tem como objetivo assegurar a não plastificação das armaduras. Desta forma, procura-se, no contexto do comportamento em serviço sob o efeito de deformações impostas, assegurar a não cedência da armadura durante o processo de formação de fendas. Uma expressão equivalente é usada para atribuir o mínimo de ductilidade à estrutura para evitar rotura frágil, quando sob o efeito de cargas. Assim, para um comportamento adequado em serviço, o esforço de cedência das armaduras tem de ser igual ou superior ao esforço de fendilhação ($N_y \ge N_{cr}$) resultando na equação (3.2).

$$A_{s,min} \times f_{yk} \ge A_c \times f_{ctm} \tag{3.2}$$

Sendo: A_{s,min} – área mínima da secção de armaduras

 f_{yk} – valor característico da tensão de cedência do aço

Ac - área da secção transversal de betão

 f_{ctm} – valor médio da tensão de rotura à tração do betão, aos 28 dias de idade

Na **Figura 3.6** é possível observar o comportamento de dois tirantes, sujeitos a deformações impostas axiais, com quantidades de armadura inferior e superior à armadura mínima para melhor compreender quais as consequências da adoção de cada uma.



Figura 3.6 – Resposta estrutural de um tirante sujeito a deformação imposta externa: a) Armadura adotada não respeita o critério da não plastificação; b) Armadura adotada respeita o critério da não plastificação.
Adaptada de [23]

A fase elástica é idêntica em ambos os casos devido ao tirante se encontrar em Estado I e com isso as armaduras estarem pouco solicitadas. Após se atingir o esforço axial de fendilhação do betão ocorre a primeira fenda por rotura local deste. A diminuição do esforço instalado na peça já foi explicado no subcapítulo 3.2.3. Uma vez que, na zona onde ocorreu a primeira e única fenda até este momento, cabe apenas à armadura garantir o equilíbrio do sistema, esta terá um pico de tensões nessa mesma zona. À medida que a ação induzida na peça aumenta, também o esforço aumenta distribuindo-se uniformemente ao longo do elemento. É nesta fase em que ocorre a grande diferença da adoção ou não da armadura mínima.

No caso em que se adotou uma quantidade de armadura inferior à mínima, a região com menos capacidade resistente é a zona onde ocorreu a primeira fenda. Ao atingir-se o esforço de cedência das armaduras (N_y) antes do esforço de fendilhação (N_{cr}), as armaduras plastificam na zona da fenda antes que se forme uma nova. Resultado disso é a formação de apenas uma fenda no tirante mas com abertura não controlada, já que a armadura adotada acumula deformações na zona onde plastificou (i.e. fenda), à medida que cresce a deformação imposta exterior – linha inclinada na parte inferior da **Figura 3.6a**).

Por outro lado, na situação descrita na **Figura 3.6b)** a armadura adotada tem capacidade resistente superior à da fendilhação do betão possibilitando a ocorrência de novas fendas. Desta forma, controla-se melhor a abertura de fendas já que a deformação imposta se distribui por várias fendas.

Continuando a analisar a **Figura 3.6b**), é possível observar que o esforço para o qual ocorre a última fenda é superior em 30 a 35% o da primeira. Tendo isto em conta, seria natural atribuir um coeficiente de majoração ao esforço de cedência da armadura ($N_y \ge 1,3 a 1,35 N_{cr}$). O facto de não se adotar este coeficiente é justificado pelo facto de que, para deformações impostas, só em casos particulares é que se atinge a fase de fendilhação estabilizada, como referido por Vieira [6]. Observando a **Figura 3.3** (subcapítulo 3.2.3.2), constata-se que a fendilhação estabilizada é atingida para valores de extensão entre 1 a 1,5 ‰. As extensões de serviço devidas à ação das deformações impostas não atingem essa gama de valores para casos correntes. Por outro lado, como se verá no subcapítulo 3.3, a sobreposição de efeitos entre ações diretas e indiretas provoca a redução dos esforços instalados pelas ações indiretas, sendo mais uma razão para a não consideração dessa possível majoração.

É necessário salientar que este critério não garante o cumprimento das exigências de serviço em relação à largura das aberturas de fenda. Apesar disso, o facto de permitir a abertura de várias fendas consiste por si só numa melhoria de comportamento face à ação das deformações impostas. No entanto, as vantagens da adoção deste critério não se restringem às ações indiretas. Este critério impede que a estrutura tenha uma rotura frágil aquando a ação de uma carga, garantindo ductilidade ao sistema, como atrás já referido.

3.2.4.3. Critério de limitação da abertura de fendas

Luís [19] refere um projeto experimental desenvolvido por Favre et al. [24] que determina a armadura necessária para limitar larguras de fenda a valores específicos dependendo das características do betão e do diâmetro máximo dos varões. Através da análise da **Figura 3.7**, é possível concluir que este critério, para betões correntes, é mais exigente que o critério da não plastificação da armadura.



Figura 3.7 – Percentagem de armadura necessária para que não se exceda o valor de largura de fenda indicado (preto– critério baseado no diâmetro máximo dos varões; laranja– critério da não plastificação das armaduras) [5]

Esta conclusão era expectável uma vez que é facilmente compreensível ser mais exigente garantir uma abertura de fenda limitada do que só evitar a formação de fenda isolada.

3.2.4.4. Controlo da Fendilhação de acordo com o EN1992-1-1 [1]

a) Armadura mínima

Ambos os critérios de controlo de fendilhação apresentados anteriormente são considerados no regulamento europeu EN 1992-1-1 [1].

O critério da não plastificação da armadura é incorporado no critério de armadura mínima presente neste regulamento e é determinado através da equação (3.3), válida para a situação de tração.

$$A_{s,min}.\sigma_s = k.f_{ct,eff}.A_{ct}$$
(3.3)

Sendo: A_{s,min} – área mínima da secção de armaduras

 σ_s – tensão na armadura

k - coeficiente de tensões não uniformes autoequilibradas:

- = 1,0 para almas com $h_{alma} \leq 300mm$ ou para banzos com $l_{banzo} \leq 300mm$
- = 0,65 para almas com $h_{alma} \ge 800mm$ ou para banzos com $l_{banzo} \ge 800mm$ Proceder a interpolação para valores intermédios

 $f_{ct,eff}$ – valor médio efetivo da resistência de tração (usualmente adotado como $f_{ct,eff} = f_{ctm}$) A_{ct} – área da secção transversal de betão tracionado

São percetíveis as semelhanças entre as equações (3.2) e (3.3). O EN 1992-1-1 [1] ciente da necessidade de limitar larguras de fenda, e não só de impedir a cedência das armaduras aquando a fendilhação, incorpora a variável σ_s (ao invés de f_{yk}) para que a tensão máxima de armadura seja concordante com o limite de largura de fenda exigida.

b) Controlo da fendilhação sem cálculo direto

Em relação ao critério referido no subcapítulo 3.2.3.3, referente a um estudo procedido por Favre et al. [24], o EN 1992-1-1 [1] apresenta um critério denominado de controlo da fendilhação sem cálculo direto que vai de encontro a esse estudo. Para ações indiretas esse controlo é materializado através da consulta da **Tabela 3.1**, que visa facultar valores recomendados para os quais é assegurada uma determinada largura de fenda. Desta forma, através da limitação do diâmetro da armadura, pretende-se controlar a largura de fenda com recurso a um método mais expedito em comparação com o método do cálculo direto, apresentado de seguida. Esta tabela é indicada para situações de flexão pura, porém, como se indica mais à frente, o EN 1992-1-1 [1] apresenta uma equação auxiliar para modificar o valor máximo de diâmetro dos varões obtido (ϕ_s^*) para se adequar à solicitação a que o elemento está sujeito, representada pela equação (3.4).

Tensão no Aço	Diâmetros máximos dos varões [mm]		
[MPa]	$w_k = 0,4 mm$	$w_k = 0,3 mm$	$w_k = 0,2 \ mm$
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	_

Tabela 3.1 – Diâmetros máximos dos varões (ϕ_s^*) para controlo da fendilhação [1]

A utilização desta tabela funciona tendo em conta o nível máximo de largura de fenda que se pretende. Posteriormente, procura-se qual a tensão no aço tendo em conta a combinação de ações apropriada e obtém-se o correspondente diâmetro máximo do varão.

O valor indicado para a tensão no aço (σ_s) é utilizado na equação (3.3), resultando no dimensionamento de uma quantidade de armadura mínima adequada para as exigências de abertura de fenda a que a estrutura em causa está sujeita. Ao respeitar os diâmetros máximos dos varões presentes na **Tabela 3.1**, o EN 1992-1-1 [1] refere que é pouco provável que as larguras de fenda excedam os valores indicados.

Appleton [4] refere que a indicação acerca do diâmetro máximo do varão se justifica pela aderência aço/betão. Para uma certa quantidade de armadura, quanto maior for o diâmetro do varão, menor será a soma do perímetro das armaduras, reduzindo a eficiência da aderência entre os dois materiais e com isso aumentando a distância entre fendas, ou seja, diminuindo o número de fendas. Por sua vez, menos fendas resultam em maiores larguras de fenda, de forma a compatibilizar o sistema.

Os valores de diâmetro máximo dos varões (ϕ_s^*) presentes na **Tabela 3.1** deverão ainda ser modificados dependendo da solicitação a que estão expostos. A utilização da equação (3.4) permite compatibilizar este método para casos de tração, já que o valor de ϕ_s^* obtido na **Tabela 3.1** é calibrado para situações de flexão pura.

$$\phi_{s} = \phi_{s}^{*} \cdot \left(\frac{f_{ct,eff}}{2,9}\right) \cdot \frac{h_{cr}}{8.(h_{sec} - d)}$$
(3.4)

Sendo: ϕ_s – diâmetro modificado máximo dos varões

 ϕ_s^* – diâmetro máximo dos varões, indicado na Tabela 3.1

 $f_{ct,eff}$ – valor médio efetivo da resistência de tração (usualmente adotado como $f_{ct,eff} = f_{ctm}$)

 h_{cr} – altura da secção tracionada imediatamente antes da fendilhação

hsec - altura total da secção

d – altura útil da secção

Desta forma, o **critério da não plastificação das armaduras** trata-se de um critério base enquanto o **critério da fendilhação sem cálculo direto** consiste num critério complementar que permite um dimensionamento de armaduras expedito com o intuito de atribuir um comportamento adequado em condições de serviço. No entanto tem as suas limitações inerentes às simplificações adotadas na construção da tabela.

c) Cálculo direto da largura de fendas

O EN 1992-1-1 [1] apresenta ainda um método analítico que consiste na estimativa do valor da largura de fenda de forma direta. Como referido por Appleton [4], a abertura de uma fenda corresponde à extensão relativa entre a armadura e o betão entre fendas multiplicada pela distância entre fendas. Assim, e como indicado no regulamento europeu [1], a abertura de fendas característica (w_k) é estimada pela equação (3.5).

$$w_k = S_{r,max}.\left(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}\right) \tag{3.5}$$

Sendo: $S_{r,max}$ – espaçamento máximo entre fendas;

 ε_{sm} – extensão média da armadura para a combinação de ações considerada, incluindo eventuais efeitos das deformações impostas;

 ε_{cm} – extensão média do betão entre fendas.

Relativamente à distância máxima entre fendas ($S_{r,max}$) o EN 1992-1-1 [1] apresenta algumas propostas de estimativa, abrangendo várias situações. Tendo em conta o caso em que as armaduras presentes na zona tracionada estão relativamente próximas entre si, mais concretamente com um espaçamento igual ou inferior a 5($c + \phi/2$), o valor de $S_{r,max}$ corresponde ao indicado na equação (3.6), sendo o caso mais frequente.

$$S_{r,max} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \phi / \rho_{ef}$$
(3.6)

- Sendo: ϕ diâmetro dos varões. No caso de existirem varões de vários diâmetros, deve utilizar-se a expressão $\phi_{eq} = \frac{\sum n_i \phi_i^2}{\sum n_i \phi_i}$, que define um diâmetro equivalente em que n_i é o número de varões de diâmetro ϕ_i ;
 - c recobrimento das armaduras longitudinais;
 - k_1 coeficiente de aderência das armaduras:
 - = 0,8 para varões de alta aderência;
 - = 1,6 para armaduras com superfície lisa;
 - k₂ coeficiente de distribuição das extensões:
 - = 0,5 para a flexão;
 - = 1,0 para a tração simples;
 - k_3 coeficiente. Valor recomendado de 3,4;
 - k_4 coeficiente. Valor recomendado de 0,425.
 - ρ_{ef} percentagem de armadura efetiva ($\rho_{ef} = A_s / A_{c,eff}$)

com: $A_{c,eff}$ – área da secção efetiva de betão tracionado que envolve as armaduras

sendo:
$$h_{c,eff} = \min\left\{2,5(h-d); \frac{h-x}{3}; h/2\right\}$$

Em relação ao diferencial de extensão entre o betão e o aço, o EN 1992-1-1 [1] recomenda a sua estimativa através da equação (3.7).

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{ef}} (1 + \alpha_e \cdot \rho_{ef})}{E_s} \ge 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$
(3.7)

Sendo: ε_{sm} – valor médio da extensão na armadura

 ε_{cm} – valor médio da extensão no betão entre fendas

 σ_s – tensão na armadura

 k_t – coeficiente função da duração do carregamento:

 $k_t = 0.6$ para ações de curta duração

 $k_t = 0,4$ para ações de longa duração

 $f_{ct,eff}$ – valor médio efetivo da resistência de tração (usualmente adotado como $f_{ct,eff} = f_{ctm}$) α_e – relação E_s/E_{cm} E_s – módulo de elasticidade do aço

Importa referir que no caso de uma deformação imposta interna, em rigor, considerando a tensão efetiva no aço, a extensão relativa entre o aço e o betão (ε_{srm}) deveria ter em conta o encurtamento livre do betão da retração sendo então: $\varepsilon_{srm} = \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} + |\varepsilon_{cs}|$. Tal como foi referido no subcapítulo 3.2.3.3, a menor tensão registada na armadura, para esta situação, é compensada precisamente pela parcela de retração, obtendo-se aberturas de fenda da mesma ordem de grandeza para deformações impostas externas ou internas.

3.3. Sobreposição de efeitos entre ações diretas de flexão e ações indiretas axiais

A sobreposição de efeitos entre ações diretas e indiretas pode ocorrer a vários níveis: flexão-flexão; axial-axial; flexão-axial e vice-versa. Na presente dissertação apenas se refere o caso de flexão devido a ações diretas sobreposto com ações indiretas axiais. O presente subcapítulo tem como base as seguintes referências bibliográficas: [3, 5-7, 26].

Na prática, estruturas sujeitas apenas a deformações impostas isoladas são bastante raras, uma vez que geralmente a estrutura se encontra também esforçada por cargas diretas (por exemplo, peso próprio e restantes cargas permanentes no caso de lajes e vigas). Tendo em conta que, como referido anteriormente, os esforços presentes nas estruturas devido à ação das deformações impostas dependem da rigidez dos elementos, a sobreposição de efeitos (ação direta + ação indireta) não deve ser obtida através do somatório dos esforços calculados para os casos de cada ação atuante isoladamente. Esse procedimento só faz sentido para a ação de deformações impostas em estruturas não fendilhadas, onde ainda não houve perdas de rigidez.

Relembrando o referido no subcapítulo 3.1, a fendilhação da estrutura tem efeitos diferentes para cada tipo de ação: redistribuição de esforços de flexão (em relação à distribuição para ações diretas) e redução do esforço instalado (para ações indiretas axiais). Uma vez que as deformações impostas têm um desenvolvimento gradual e a longo prazo e as cargas aplicam-se relativamente cedo, é apresentada a evolução do esforço axial de um elemento de betão armado sujeito a flexão constante e deformação

imposta incremental. Na **Figura 3.8** é possível constatar a redução do esforço axial induzido pelas deformações impostas quando sobrepostas com ações diretas.



Figura 3.8 – Comparação entre esforços axiais induzidos por deformações impostas crescentes para 3 níveis de carga vertical constante (amarelo – deformação imposta isolada; rosa – menor solicitação vertical; azul – maior solicitação vertical): a) deformação imposta externa; b) deformação imposta interna [26]

Uma forma mais simples de compreender o fenómeno da sobreposição de efeitos é pensar nas tensões que cada ação induz no elemento. O esforço de flexão a que a estrutura se encontra sujeita por via das ações diretas representa uma **tensão adicional** nos elementos, um pouco à semelhança do que ocorre no caso das deformações impostas internas. Tal como nesse caso, a existência dessa tensão "residual" provoca a diminuição do esforço axial necessário à ocorrência da fendilhação induzido pelas deformações impostas (equação (3.8)). Esta redução é significativa para valores de deformações impostas correntes (0.03 a 0.05 %) sendo maior para valores desta ordem de grandeza pela maior influência do betão no processo inicial de fendilhação.

$$N_{cr,1} = A_c \cdot \left(f_{ct} - \frac{M}{l} \cdot z_{t,n} \right)$$
(3.8)

Sendo: N_{cr.1} – esforço axial para a formação da primeira fenda

A_c - área da secção transversal de betão

f_{ct} - Valor da tensão de rotura à tração do betão

M - momento fletor considerado

I - momento de inércia da secção

 $z_{t,n}$ – distância da face tracionada à linha neutra da secção

Câmara e Luis [26] apresentam uma tabela (**Tabela 3.2**) que revela coeficientes de redução do esforço axial induzido por deformações impostas, promovido pelo efeito da sobreposição de ações. Desta forma, o esforço induzido pelas deformações impostas seria obtido segundo a eguação (3.9).

$$N_{id,eff} = \xi \times N_{cr} \tag{3.9}$$

Sendo: N_{id,eff} – esforço axial efetivo induzido pelas deformações impostas

 ξ – coeficiente de redução global:

$$\xi = k.\,\xi_{\Delta T} + (1-k).\,\xi_{cs}$$

Sendo: k – fator que tem em conta a influência relativa de cada ação [0, 1]

N_{cr} – esforço axial de fendilhação

Deform		ção imposta externa (ΔT)		Deformação imposta interna (cs)		
p [%]	0,20 ‰	0,30 ‰	0,50 ‰	0,20 ‰	0,30 ‰	0,50 ‰
0,50	0,40	0,55	0,65	0,40	0,45	0,50
0,80	0,50	0,60	0,70	0,40	0,40	0,45
1,00	0,55	0,60	0,80	0,35	0,35	0,40

Tabela 3.2 – Valores de coeficientes de redução ($\xi_{\Delta T} \in \xi_{cs}$) [26]

Câmara e Luis [26] alertam que o estudo levado a cabo foi limitado a uma certa geometria e variação de parâmetros. Ainda assim permite compreender a realidade da redução dos esforços axiais induzidos pelas deformações impostas e reforçar a não consideração destes efeitos no dimensionamento da estrutura para estado limite último. Por outro lado, é preciso ter em atenção o seu contributo em termos de condições de serviço, pois induz um estado de tensão em flexão composta que deve ser considerado no controlo da abertura de fendas.

Desta forma, o dimensionamento de uma estrutura onde as deformações impostas tenham um contributo importante deve ser iniciado com a verificação de segurança aos estados limites últimos, adotando armadura superior à mínima em elementos onde é expectável ocorrer tração e posteriormente verificar se as armaduras adotadas permitem um bom comportamento em serviço, contabilizando as ações indiretas. Isto particularmente em estruturas de maiores dimensões ou em elementos bastante restringidos axialmente, como já referido no subcapítulo 3.1.

4. Parede sujeita a deformações impostas axiais

4.1. Considerações gerais

O caso da parede difere do caso do tirante devido à diferença nas condições de fronteira dos elementos, como é possível observar na **Figura 4.1**. Enquanto o tirante é restringido nas extremidades, a parede é restringida: ao longo da base, para o caso de paredes betonadas sem painéis adjacentes; ou restringida ao longo da base e das extremidades laterais para o caso de painéis betonados entre painéis já existentes.



Figura 4.1 – Condições de fronteira para o caso de: a) tirante; b) parede isolada; c) painel de parede betonada entre secções já existentes. Adaptada de EN1992-3 [21]

No caso de uma parede isolada, com restrição apenas na sua base, apesar da extremidade de topo estar livre, a restrição estende-se em altura. Esta restrição é materializada pela diferença na magnitude das deformações impostas entre a fundação e a parede. A fundação, uma vez que é previamente betonada já sofreu alguma retração. Convém também referir que, em geral, as fundações são mais robustas que as paredes e a maior espessura equivalente (h_0) origina menores contrações em comparação com a parede. O parâmetro da espessura equivalente é um indicador da exposição à secagem do elemento e calcula-se por $2A_c/u_d$, sendo " A_c " a área transversal do betão e " u_d " o perímetro da secção exposta à secagem. Para além disso, por estar num meio mais protegido dos agentes exteriores, terá variações de temperatura menos acentuadas do que a parede, fazendo com que esta tenda a contrair mais que a fundação.

Essa diferença de contração origina a restrição à livre deformação da parede na zona junto à base, criando tração na parede e compressão na fundação. Essa restrição não seria, por si só, suficiente para compreender o efeito que ocorre em altura, já que se apenas estiver impedido o encurtamento da fibra inferior da parede esta poderia deformar-se com uma curvatura que induziria trações elevadas na zona inferior, que se reduziriam em direção ao topo onde se gerariam mesmo compressões. A rigidez da fundação opõe-se a essa deformada, formando zonas de encastramento nas extremidades da parede que geram também trações na região superior, obtendo-se com estes dois efeitos um campo de tensões trapezoidal (ver **Figura 4.2**).



Figura 4.2 – Esquema das restrições induzidas na parede e seus efeitos

A quantificação do grau de restrição a que a parede está sujeita difere segundo a metodologia preconizada por alguns autores. Como tal, é apresentado juntamente com a respetiva abordagem nos subcapítulos seguintes.

O campo de tensões resultante da resposta da estrutura em estado não fendilhado às restrições a que está sujeita encontra-se na **Figura 4.3** e, como é possível observar, estabelecem-se tensões superiores na transição fundação/parede que decrescem em altura. Nas extremidades constata-se uma redução superior fruto da menor influência da restrição materializada naquela zona.



Figura 4.3 – Resposta estrutural de uma parede sujeita a deformações impostas a) Distribuição de tensões em estado não fendilhado; b) Resultante de esforço axial em estado não fendilhado. [8]

No seguimento do raciocínio de redução do diagrama de tensões em altura é possível antever que quanto maior for a relação comprimento/altura da parede (L/H) menor é a redução de tensão na zona central da parede, como apresentado na **Figura 4.4** que apresenta valores baseados num estudo desenvolvido por Favre et al. [24]. Isto deve-se à maior eficiência na mobilização da restrição quanto maior for a razão L/H.



Figura 4.4 – Distribuição de tensão (σ_c – tensão do betão na parede, σ_{c0} – tensão do betão no tirante): **a)** No caso do tirante; **b)** No caso da parede, para diferentes relações L/H. [8]

O ACI 207.2R-95 [27] sugere que as fendas se originam onde há maiores tensões. Essa região situa-se na zona central das secções não fendilhadas, formando-se junto á base e desenvolvendo-se em altura, como ilustrado na **Figura 4.5a**). Por equilíbrio, após a formação de uma fenda, a tensão existente no betão previamente ao seu aparecimento é transferida para a zona acima desta, fazendo aumentar a tensão no betão na zona acima do topo da fenda e provocando o seu desenvolvimento em altura, como exemplificado na **Figura 4.5b**). Este documento refere ainda que a tensão necessária para desenvolver uma fenda é inferior à necessária para a sua formação.



Figura 4.5 – Considerações em ACI 207.2R-95 [27] acerca de uma parede parede sujeita a deformações impostas: a) Evolução da fendilhação na parede; b) Campo de tensões na zona da fenda. [27]

Contudo, as diferenças do comportamento da parede em relação ao comportamento do tirante não se ficam por aqui. No caso do tirante, as restrições influenciam o elemento de forma idêntica no seu todo, originando, por equilíbrio, uma força axial uniforme ao longo de todo o elemento. Desta forma, dado que as condições de restrição não se alteram com a formação de fendas, cada fenda é formada para um correspondente esforço axial próximo do esforço axial de fendilhação, estando todo o elemento sujeito ao mesmo esforço axial (como apresentado no subcapítulo 3.2).

Por outro lado, no caso da parede o aparecimento de fendas altera não só a rigidez desta mas também a eficiência da restrição induzida. Assim, as zonas previamente fendilhadas acabam por não voltar a atingir o esforço axial de fendilhação. Este aspeto é fundamental para perceber que para este caso, e ao contrário do tirante, mesmo para paredes com armadura adotada inferior à indicada pela equação (3.2) (presente no subcapítulo 3.2.4.2) esta não entra em cedência. A evolução do esforço axial ao longo da parede foi objeto de estudo por parte de Câmara e Luís [25], obtendo-se os resultados presentes na **Figura 4.6**. Como se observa, o esforço axial (resultante de trações em altura na parede)

baixa à medida que se formam as fendas (nessa análise da extremidade para o interior), estabilizando o esforço axial ao longo da parede para um valor N_{stab} depois de verificada a distribuição de fendas ao longo da parede. Este valor é claramente inferior ao esforço axial de fendilhação.



Figura 4.6 – Evolução qualitativa dos esforços resultantes na parede (Ncr,tirante – esforço axial de fendilhação para o caso do tirante; Nstab – esforço axial estabilizado). [25]

O facto da formação de fendas, obtida pela análise realizada por Câmara e Luís [25], ser iniciada da periferia para a zona central (diferente do indicado por ACI 207.2R-95 [27]) é justificada pela existência de picos de tensão nesses locais junto à base. Apesar de não terem sido obtidos os mesmos resultados em relação à formação de fendas referida pelo ACI, tal não anula a validade desta análise para a compreensão do fenómeno global, sendo de realçar que qualquer zona já fendilhada nunca volta a estar submetida ao esforço axial de fendilhação.

Câmara e Luís [25] apresentam ainda valores de esforço axial estabilizado (N_{stab}) em função da armadura adotada, possíveis de consultar na **Tabela 4.1**.

o [0/]	Deformação Externa		Deformação Interna	
ρ[%]	N _{stab} [kN]	N_{stab}/N_{cr}	N _{stab} [kN]	N_{stab}/N_{cr}
0,22	620	0,30	600	0,28
0,35	850	0,40	720	0,34
0,50	1000	0,47	850	0,40
0,89	1250	0,60	1020	0,48

Tabela 4.1 – Valores de N_{stab} para várias quantidades de armadura. [25]

Nota: Resultados obtidos através de uma análise não linear com recurso ao *software* de elementos finitos *ATENA*. Foi adotada restrição total a nível da fundação, tendo a parede as seguintes características:

- <i>E_c</i> = 30,5 GPa	- <i>E_s</i> = 200 GPa	-L = 30 m	-e = 0,30 m
- <i>f_{ct}</i> = 2,35 MPa	- <i>f_{yk}</i> = 500 MPa	-H = 3m	$-N_{cr} = f_{ct} \times e \times H = 2115 \ kN$
- $\rho_{min} \approx 0,47\%$			

Com este estudo, é possível comprovar que mesmo para quantidades de armadura inferiores às exigidas para o caso do tirante, a parede mantém a capacidade de formação de fendas, revelando a não aplicação da equação (3.2) para o dimensionamento de armadura mínima para o caso de paredes. 38

O facto de para quantidades superiores de armadura resultarem maiores esforços axiais estabilizados é um reflexo de que para menores perdas de rigidez, mais eficaz é a restrição. No limite, para uma parede sem armadura, aquando a fendilhação de uma secção, os painéis comportar-se-iam de forma isolada, levando a esforços de estabilização correspondentes às relações L/H de cada parede posteriormente formada, ou seja, cada painel entre fendas. Desta forma, quanto maior a armadura adotada maior a solidarização entre painéis, o que provoca menores quebras de esforço axial resultado de uma maior rigidez e solidarização entre painéis fendilhados.

Relativamente à localização da largura de fenda máxima, apresentam-se os resultados obtidos por Teixeira [8], Zych [13] e as recomendações apresentadas pelo ACI 207.2R-95 [27]. Os resultados de W. Teixeira [8] foram obtidos com recurso a uma análise não linear simplificada realizada pelo programa de elementos finitos *SAP2000*. A análise foi executada em estado linear e sempre que se atingiu a resistência de tração do betão, aplicou-se a perda de rigidez (inerente à formação da fenda) manualmente. Essa perda de rigidez seguiu os princípios de Favre et al. [24] referidos no subcapítulo 2.3. Tendo em conta as simplificações adotadas, o valor máximo da largura de fenda foi registado no topo da parede como apresentado na **Figura 4.7a**), admitindo a largura de fenda como sendo resultado da tensão registada na armadura. Crê-se que esta característica advenha das hipóteses simplificativas adotadas nesse estudo para a modelação.

Por sua vez, os resultados de Zych [13] baseiam-se em observações experimentais, obtendo maior somatório de aberturas de fenda na região de meia altura da parede, como apresentado na **Figura 4.7b**). As recomendações do ACI 207.2R-95 [27] são apresentadas no subcapítulo 4.2.2 juntamente com a restante abordagem do referido documento à abertura de fendas em paredes.



Figura 4.7 – a) Diagrama em altura da tensão horizontal na armadura, em zona fendilhada, segundo os resultados obtidos por Teixeira [8]; b) Valor acumulado das larguras de fenda para cada patamar de altura da parede segundo os resultados experimentais de Zych [13], medidos em diferentes datas

Incidindo agora no controlo da fendilhação nas paredes para ações de carácter indireto este pode ser obtido através da adoção de armadura concordante com os efeitos das ações atuantes, e/ou mitigando o efeito restritivo através da adoção de sistemas de apoio/ligação específicos. O primeiro caso (controlo através da adoção de armadura) é tratado no subcapítulo 4.2, apresentando-se as abordagens preconizadas pelo Eurocódigo [1, 21] e ACI 207.2R-95 [27].

Relativamente ao segundo caso (controlo através da mitigação do efeito restritivo), o EN 1992-3 [21] indica que a fendilhação pode ser controlada pela proximidade de juntas estruturais, sem que ocorram fendas significativas entre estas. A ordem de grandeza da distância entre juntas é indicada como sendo o maior valor entre 5m e 1,5*H* (sendo *H* a altura total da parede). Tratando-se de um caso em que a restrição é proporcionada na base, é também referida a possibilidade de adotar uma junta deslizante, isolando a restrição proporcionada pela fundação e permitindo que a deformação da parede ocorra livremente. Importa referir que se está a considerar meramente a situação dos efeitos das deformações impostas na parede. Na prática a parede terá de ter armaduras para fazer face às exigências de estados limites último e de serviço, uma vez que estará sujeita a outras ações.

A adoção de tais juntas levanta questões como a economia da solução e a correta estanqueidade da parede, para estruturas de contenção de líquidos. Na análise económica da solução é necessário ter em conta não só o investimento inicial, mas também o custo de manutenção, uma vez que em geral o tempo de vida útil da junta é inferior ao da estrutura. Para fazer face à estanqueidade, as juntas incorporam mecanismos específicos para esse propósito, apresentando-se alguns exemplos na **Figura 4.8a**). No caso da junta de expansão, é importante que o material de enchimento tenha a devida capacidade de acomodar as expansões da junta.

De facto, também as juntas construtivas correspondem a pontos de fraqueza no que toca à estanqueidade da estrutura. Desta forma, também exigem a adoção de mecanismos próprios para não comprometer essa característica da estrutura. Em adição à necessidade de irregularidade na face de contacto entre dois painéis para todo o tipo de juntas estruturais, recomenda-se a criação de uma junta com uma geometria que vise dificultar o trajeto do líquido da face interior à face exterior, tal como ilustrado na **Figura 4.8b**), devendo incluir *water stop* e/ou compostos de selagem.



Figura 4.8 - Exemplos de juntas: a) estruturais; b) construtivas. [28]

4.2. Abordagens à abertura de fendas em paredes

4.2.1. Considerações iniciais

Tal como referido em EN 1992-3 [21], o caso das deformações impostas atuantes numa estrutura de parede não se encontra devidamente estudado, ao contrário do caso do tirante. Isso fica evidente quando se procura orientação regulamentar e existem várias metodologias propostas relativamente ao seu comportamento. De seguida apresentam-se algumas metodologias a esse respeito.

4.2.2. Regulamento europeu (EN 1992-1-1 [1] e EN 1992-3 [21])

O EN 1992-3 [21] corresponde ao regulamento europeu que fornece recomendações relativamente a estruturas de contenção de líquidos em betão armado onde se inserem os tanques, que são constituídos por estruturas de parede. Tratando-se o EN 1992-1-1 [1] do regulamento europeu para estruturas de betão armado em geral, o seu campo de aplicação é transversal, aplicando-se as recomendações do EN 1992-3 [21] para situações pontuais.

Relativamente à estimativa da largura de fenda, é considerada a mesma equação utilizada para o caso geral presente no subcapítulo 3.2.4.4 ($w_k = S_{r,max}$. ($\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$), equação (3.5)). Na definição de cada parâmetro destaca-se a consideração da divisão entre o comportamento de paredes com armadura inferior ou superior à mínima ($A_{s,min}$, equação (3.3) no subcapítulo 3.2.4.4), apresentando-se de seguida as considerações indicadas para cada caso. Há que realçar que apesar de ter sido esta a interpretação do regulamento, esta não é exposta de forma totalmente clara, uma vez que gera interpretações distintas por parte de diferentes autores.

O EN 1992-1-1 [1] considera que para paredes com **armadura longitudinal inferior à mínima** o espaçamento entre fendas é da ordem de 1,3 vezes a altura da parede ($S_{r,max} = 1, 3 H$), consistindo no valor máximo de espaçamento entre fendas. Desde logo, esta recomendação permite retirar duas ilações. A primeira é a de **reconhecer o comportamento mais localizado da parede**, uma vez que, admitindo a eventual plastificação da armadura, legitima a formação de várias fendas ao contrário do caso do tirante, onde apenas se formaria uma. O facto da restrição se verificar continuamente ao longo da base, quando se forma uma fenda esta altera as condições restritivas, porém permite a formação de fendas em zonas relativamente afastadas desta, onde se recuperou as condições restritivas necessárias para atingir tensões no betão da ordem de grandeza da sua capacidade resistente. Em segundo lugar, **não reconhece o abaixamento do esforço axial estabilizado** em relação ao de fendilhação, uma vez que se refere a uma equação que tem como princípio a existência de esforço axial de fendilhação em secções fendilhadas como citado no subcapítulo 3.2.4.2.

No que respeita à estimativa das extensões para o caso de **paredes com armadura inferior à mínima**, é aplicado o preconizado no EN 1992-3 [21] onde, por força de se considerar a plastificação das armaduras, é considerado como sendo independente da armadura adotada, dependendo apenas da restrição efetiva na base e da extensão livre, como indicado na equação (4.1).

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = R_{ax} \times \varepsilon_{free} \tag{4.1}$$

Sendo: ε_{sm} – extensão média da armadura

 ε_{cm} – extensão média do betão entre fendas

Rax – grau de restrição das extensões

 ε_{free} – extensão livre (extensão que ocorreria se não houvesse restrição)

O EN 1992-3 [21] apresenta ainda os valores de R_{ax} consoante as condições de fronteira da estrutura. Na presente dissertação apenas se incidirá no caso de parede isolada, estando os graus de restrição para a zona central da parede, preconizados por este regulamento para essa situação, apresentados na **Tabela 4.2**.

L/H	R_{ax} na base	R_{ax} no topo
1	0,5	0
2	0,5	0
3	0,5	0,05
4	0,5	0,3
>8	0,5	0,5

Tabela 4.2 – Valores de restrição axial (Rax) segundo EN 1992-3 [21] para paredes isoladas

Como se pode observar, para paredes de grandes proporções, onde L/H > 8, o Eurocódigo admite que, na zona central, o nível de restrição produzido na base se desenvolve até ao topo de forma uniforme.

Tal como BS 8007 [29] e Papworth e Bamforth [30] referem, para além do Eurocódigo admitir que a fundação não proporciona uma restrição total às deformações impostas à parede, também considera que a fluência reduz a restrição efetiva. Contabilizando ambas as parcelas, Papworth e Bamforth [30] mencionam que com base em medições experimentais, se obtiveram restrições de base na ordem de 40 a 70%. Para além disto, admite-se que a fluência origina uma redução tal que a restrição efetiva consiste em 65% da restrição produzida pela fundação. Assim, obtêm-se restrições efetivas de 26 a 46% para casos correntes, consistindo a adoção de 50% por parte de EN 1992-3 [21] numa abordagem conservativa, fazendo face à situação mais desvantajosa.

Considerando agora os casos de paredes com armadura superior à mínima, a estimativa da largura de fenda através de cálculo direto é procedido da mesma forma que para o caso do tirante, presente no subcapítulo 3.2.4.4.

Reforça-se que o Eurocódigo pode não expor as suas recomendações de maneira totalmente clara, o que poderá originar diferentes interpretações. Em forma de resumo, para paredes com armadura inferior à mínima deve-se considerar o preconizado pelo EN 1992-3 com o espaçamento entre fendas a ser fixo ($S_{r,max} = 1,3H$) independentemente da quantidade de armadura. Para paredes com armadura superior á mínima deve-se aplicar as mesmas expressões apresentadas para o caso do tirante (subcapítulo 3.2.4.4)

Relativamente ao controlo indireto da fendilhação, o EN 1992-3 [21] apresenta algumas especificidades. Ao invés da **Tabela 3.1**, deve consultar-se a **Figura 4.9**. Enquanto a modificação do máximo diâmetro, que se obtém através da **Figura 4.9**, é realizada com recurso à equação (4.2), adequada a situações de tração.



Figura 4.9 – Diâmetro máximo de varão (ϕ_s^*) para controlo de fendilhação em elementos sujeitos a tensão de tração. [21]

$$\phi_{s} = \phi_{s}^{*} \left(\frac{f_{ct,eff}}{2,9} \right) \cdot \frac{h_{sec}}{10 \ (h_{sec} - d)}$$
(4.2)

Sendo: ϕ_s – diâmetro modificado máximo dos varões

 ϕ_s^* – diâmetro máximo dos varões, indicado na Figura 4.9

 $f_{ct,eff}$ – valor médio efetivo da resistência de tração (usualmente adotado como $f_{ct,eff} = f_{ctm}$)

hsec - altura total da secção

d – altura útil da secção

4.2.3. Recomendações do ACI 207.2R-95 [27]

O ACI 207.2R-95 [27] é um documento do *American Concrete Institute* referente às deformações impostas em estruturas restringidas, onde está incluída a estrutura de parede. Este documento define a restrição induzida pela base, presente na zona central, através de um coeficiente de restrição (K_R), que permite estimar a variação da restrição das fibras em altura (maior na base e menor no topo). Para casos de **L/H iguais ou superiores a 2,5**, este coeficiente calcula-se de acordo com a equação (4.3).

$$K_R = [(L/H - 2)/(L/H + 1)]^{h_{base}/H}$$
(4.3)

Sendo: *K_R* – coeficiente de restrição de extensões

L - comprimento da parede

H - altura da parede

 h_{base} – altura desde a base da parede, que se quer considerar

Segundo o ACI, para **paredes não armadas** e sujeitas a deformações impostas, haverá espaçamento entre fendas transversais na ordem de 1,0 a 2,0 vezes a altura da parede ($S_{r,max} \approx 1, 0 \ a 2, 0 \ H$). Estas fendas ao propagarem-se por completo em altura provocam descontinuidade na parede, originando várias secções de parede, separadas por fendas, que se comportam de forma independente umas das outras.

O controlo da largura de fenda é efetuado através da tensão presente na armadura. Nesse aspeto o ACI 207.2R-95 [27] baseia-se na equação de Gergely-Lutz, aqui representada como equação (4.4). Esta equação foi desenvolvida com o intuito de estimar a largura de fenda para situações de solicitação axial ou de flexão em elementos sujeitos a **ações diretas**, e teve como base trabalhos experimentais de diversos autores tendo sido efetuada uma análise estatística (DeStefano et al [31]).

$$w_k = 0.076 \,\beta. \,\sigma_s \sqrt[3]{d_c. A_{c,\nu}} \times 10^{-3} \tag{4.4}$$

Sendo: w_k – largura de fenda característica [*in*.]

d_c – distância da superfície do elemento ao centro da armadura mais próxima [in.]

 $A_{c,v}$ – área efetiva de betão em torno de um varão de armadura (= $2d_c \times s$) [*in*.²]

 β – distância do eixo neutro à face tracionada dividida pela distância do eixo neutro à armadura tracionada

 σ_s – tensão no aço [ksi]

Tratando-se de um caso de deformação imposta axial, é apresentada uma equação mais conservativa em que o valor 0,076 passa a 0,10 (equação (4.5)). Por se tratar de um caso de tração β é tomado 1,0. Apesar de referir que as ações que serviram de base para a equação de Gergely-Lutz (equação (4.4)) serem de natureza diferente das abrangidas no documento (ações diretas vs deformações impostas), o ACI 207.2R-95 [27] considera que esta consiste numa boa aproximação sem necessidade de conservadorismo adicional. A estimativa da tensão na armadura para avaliação da abertura de fenda procede-se através de uma variante da equação (4.5), resultando na equação (4.6).

$$w_k = 0.10 \sigma_s \sqrt[3]{d_c \cdot A_{c,\nu}} \times 10^{-3}$$
(4.5)

$$\sigma_s = \frac{w_k \times 10^3}{0.10\sqrt[3]{d_c \cdot A_{c,v}}}$$
(4.6)

Sendo: Ver equação (4.4)

Devido ao facto de nem todas as fendas se desenvolverem por toda a altura da parede e as condições de fronteira diferirem entre a base e o topo, a largura da fenda não é constante em altura. A soma das larguras de fendas num plano horizontal é aproximadamente a diferença entre a variação de volume restringida a que a parede está sujeita (K_R . L. α_{el} . T_E) e a capacidade máxima de variação de volume do betão (L. f_{ct}/E_c). Admitindo que nem todas as fendas se desenvolvem por completo em altura, o local de maior largura de cada fenda encontra-se na região imediatamente acima da altura das fendas anteriores, como ilustrado na **Figura 4.10**.



Figura 4.10 – Localização de w_{max} de cada fenda, segundo ACI 207.2R-95 [27]

Este documento baseia-se ainda num estudo de Hognestad [32] em que é referido que, para tensões de serviço de aproximadamente 200 a 280 *MPa* na armadura, a largura de fenda máxima é cerca de 1,5 vezes a largura de fenda média ($w_{max} = 1,5 w_{med}$). Desta forma obtém-se a equação (4.7) que permite estimar o espaçamento entre fendas (S_{rm}) obtido pela equação (4.8), uma vez que o espaçamento entre fendas é dado pelo comprimento total da parede a dividir pelo número de fendas ($S_{rm} = L/N_{fen}$).

$$\frac{N_{fen} \cdot w_k}{1.5} = 12 L (K_R \cdot \alpha_{el} \cdot T_E - f_{ct} / E_c)$$
(4.7)

$$S_{rm} = \frac{w_k}{18 \left(K_R. \, \alpha_{el}. \, T_E - f_{ct} / E_c \right)} \tag{4.8}$$

Sendo: N_{fen} - número de fendas

w_k – largura de fenda característica [in.]

L – comprimento da parede [ft]

 K_R – coeficiente de restrição (equação (4.3))

 α_{el} – coeficiente térmico do elemento ($\approx 5 \times 10^{-6}$ /°F)

 T_E – variação de temperatura efetiva, incluindo variação de temperatura equivalente para compensar a retração [*F*]

 f_{ct} – valor da tensão de rotura à tração do betão [psi]

E_c – módulo de elasticidade do betão [psi]

Srm - espaçamento médio entre fendas [ft]

Para estimar a armadura necessária para que não se exceda um determinado nível de largura de fenda são apresentados no ACI 207.2R-95 [27] dois métodos: um analítico e outro com recurso à consulta de tabelas (à semelhança do controlo direto e indireto presente no Eurocódigo e referido anteriormente nos subcapítulos 3.2.4.4 e 4.2.2). Na presente dissertação apenas se expõe o analítico.

A abordagem do ACI 207.2R-95 [27] contempla a consideração da restrição axial induzida na base que provoca tensões nos materiais, avaliando o esforço axial (T) e o correspondente momento fletor (M) em relação à base (ligação parede/fundação). Quanto ao esforço axial que se instala na parede, é referido que o máximo valor é atingido no instante anterior ao início da fendilhação e reduz-se à medida que a fendilhação evolui em altura, como ilustrado na **Figura 4.11a**). Em relação ao efeito de flexão o máximo "momento interno" ocorre para uma certa altura de fendilhação, definida na **Figura 4.11b)** (eixo horizontal).

Importa realçar que tanto o T como o M tratam da mesma questão. Enquanto T trata do esforço axial resultante do campo de tensões instalado, o M diz respeito ao mesmo campo de tensões multiplicado pelo braço em relação à base da parede (**Figura 4.12a**)). Desta forma, compreende-se porque é que na **Figura 4.11b**) se limita o valor de $M/f_{ct}eH^2$ a 0,5, resultado de $M = f_{ct}eH.\frac{H}{2}$ (admitindo um campo de tensões uniforme para $L/H \approx \infty$), sendo $T = f_{ct}eH$ e portanto na **Figura 4.11a**) o limite ser 1,0. É ainda referido que quando a fenda atinge a altura correspondente à máxima restrição de flexão, aquela desenvolve-se até ao topo da parede sem ser necessário o aumento da deformação imposta (consulta do eixo vertical esquerdo da **Figura 4.11b**)).



Figura 4.11 - Efeitos da propagação da fendilhação nos esforços internos: a) Esforço axial; b) Momento. [27]

As quantidades de armadura são proporcionais à necessidade de garantir a acomodação do momento de restrição interno, como ilustrado na **Figura 4.12a**). Como referido anteriormente, o espaçamento máximo entre fendas é de 2*H*, correspondente ao caso de paredes não armadas. Desta forma, se o espaçamento entre fendas estimado pela equação (4.8) for inferior a 2*H*, é necessário a adoção de armadura adicional de modo a garantir o espaçamento de fendas exigido para que ocorra uma largura de fenda adequada. Essa quantidade de armadura é calculada tendo em conta o momento de restrição interno instalado e indicado pela **Figura 4.11b**). Dado que o gráfico aí presente foi calibrado para valores máximos, há que ter em conta a redução dessa restrição potenciada pelas fendas adicionais proporcionadas pela adoção de armadura. Para o efeito é necessário consultar a **Figura 4.12b**), também presente no ACI 207.2R-95 [27], tomando $L/H = 2S_{rm}/H$. O valor obtido é depois subtraído ao adquirido na **Figura 4.11b**) e será o momento restritivo resultante desta operação que definirá a armadura a adotar.



Figura 4.12 – a) Diagrama de tensões em zona de fenda; b) Esforços internos aquando a iniciação da fendilhação para casos de restrição na base. [27]

Ainda em relação à **Figura 4.12a**), para efeitos de cálculo da armadura admite-se a parcela do betão $(x.T_c)$ como sendo nula, estando a armadura responsável por equilibrar todo o "momento interno", ou seja, a fenda como sendo total.

Relativamente à **Figura 4.12b**) constata-se um desfasamento entre as linhas referentes ao efeito axial e de flexão, que se justifica pelo facto do braço não ser necessariamente H/2. De facto para $L/H \approx \infty$ o campo de tensões será uniforme pelo que teríamos $M = T.\frac{H}{2}$, daí a referência a 0,5 e 1,0 para $M/f_{ct}eH^2$ e $T/f_{ct}eH$, respetivamente. Para valores de L/H reduzidos o campo de tensões concentra-se mais junto à fundação, diminuindo o "momento interno" em relação ao efeito axial, como se observa. Para melhor compreensão da aplicação do método apresentado pelo ACI 207.2R-95 [27], é possível consultar um exemplo concreto no subcapítulo 5.3.5, para a sua melhor clarificação.

Em relação à consideração de **armadura mínima** para o caso de paredes com espessura inferior a 1,20m, este documento apresenta a equação (4.9).

$$A_{s,min}^{Parede,ACI} = 0,0015 A_c \tag{4.9}$$

Sendo: A^{Parede,ACI} – área de armadura mínima na parede segundo ACI 207.2R-95 [27]

Ac - área da secção transversal de betão
Destaca-se assim que este documento reconhece que após a fendilhação, o esforço axial estabiliza para valores inferiores ao do esforço axial de fendilhação, aliás como se mostra neste trabalho. Assim, a armadura mínima necessária para que as armaduras não plastifiquem, em paredes sujeitas a deformações impostas, é de menor exigência em relação ao caso do tirante. Admitindo $f_{ctm} = 2,6 MPa$ e $f_{yk} = 500 MPa$, no caso do tirante ter-se-ia $A_{s,min}^{tirante} = 0,0052 A_c > A_{s,min}^{Parede,ACI} = 0,0015A_c$. É importante realçar que este valor é apresentado como mínimo, mas o cálculo apresentado anteriormente deve ser efetuado para que se controlem as aberturas de fenda a valores admissíveis.

4.3. Considerações finais

Como referido anteriormente, e de acordo com resultados obtidos por Câmara e Luís [25] e Teixeira [8], em casos de paredes restringidas ao longo da base, o esforço axial estabelecido devido à ação das deformações impostas tende a evoluir para valores estabilizados inferiores ao valor do esforço axial de fendilhação da parede. Tendo em conta estes resultados, é sugerido que a quantidade de armadura necessária para que não ocorra plastificação das armaduras é inferior ao indicado para o caso dos tirantes. Alguns documentos indicam a quantidade de armadura de acordo com o critério da não plastificação das armaduras, resumindo-se as suas propostas na **Tabela 4.3**.

Tabela 4.3 – Quantidade de armadu	ıra necessária para que esta ı	não plastifique para	situações de pared	e sujeita
	a deformações impostas	s axiais		

	EN 1992-1-1 [1]	ACI 207.2R-95 [27]	Câmara e Luís [25]
Deformação Imposta Interna	> f A		$\geq \frac{1}{2}.f_{ct,eff}.A_{ct}$
Deformação Imposta Externa	$\leq J_{ct,eff} \cdot A_{ct}$	\geq 0,0015 × A_c	$\geq \frac{2}{3}.f_{ct,eff}.A_{ct}$

Apesar da estabilização para valores inferiores a N_{cr} , o Eurocódigo não reconhece esse fenómeno, apresentando a mesma equação de armadura mínima para situações de parede e de tirante.

Relativamente ao ACI, esse abaixamento é reconhecido, apresentando uma equação para armadura mínima com exigências inferiores em relação ao caso de tirante e a própria **Figura 4.11** mostra o abaixamento do esforço axial com o desenvolvimento da fendilhação.

Os valores apresentados por Câmara e Luís [25], na **Tabela 4.3**, são considerados pelos autores como conservativos. A distinção entre deformação interna e externa deve-se às menores tensões registadas no primeiro caso, tal como referido no subcapítulo 3.2.3.3, implicando menores exigências para assegurar a não plastificação das armaduras.

Outro aspeto a ter em conta é o grau de restrição a que a parede está sujeita. EN 1992-3 [21] e ACI 207.2R-95 [27] apresentam propostas que foram apresentadas nos subcapítulos 4.2.2 e 4.2.3, respetivamente. Para paredes com um rácio L/H = 10 os respetivos coeficientes de restrição são os apresentados na **Tabela 4.4**, destacando-se o facto de o EN 1992-3 [21] admitir uma restrição efetiva inferior em relação à abordagem realizada por ACI 207.2R-95 [27].

	EN 1992-3 [21]	ACI 207.2R-95 [27]
Ceficiente de restrição na base	0,50	1,00
Coeficiente de restrição no topo	0,50	0,73

Tabela 4.4 – Coeficiente de restrição às deformações impostas para paredes, L/H = 10

As abordagens relativas ao comportamento da parede são novamente escrutinadas no subcapítulo 5.4, após a apresentação dos resultados da análise numérica.

Em relação à localização da abertura máxima de fenda, foram apresentadas as considerações de três obras bibliográficas. A modelação realizada por Teixeira [8] sugere aberturas máximas de fenda no topo da parede, enquanto o ensaio experimental realizado por Zych [13] registou um maior somatório de aberturas de fenda a meia altura da parede. Por sua vez, o ACI 207.2R-95 [27] propõe que a abertura de fenda é máxima na região imediatamente acima do topo da fenda anterior, aproximando-se talvez dos resultados observados por Zych [13].

5. Análise numérica

5.1. Considerações iniciais

Com o intuito de estudar o efeito das deformações impostas na estrutura de uma parede, realizou-se uma análise não linear com recurso ao programa de elementos finitos *SAP2000*, tendo-se recorrido a este *software* pelo facto de se tratar de um programa comercial e acessível à generalidade dos utilizadores.

Em primeiro lugar tecem-se algumas considerações acerca da modelação realizada. O subcapítulo 5.2 esclarece as questões relacionadas com a definição dos materiais e dos elementos finitos constituintes da parede, ações consideradas e ajustes realizados.

Posteriormente, no subcapítulo 5.3, analisam-se os resultados obtidos, onde se incluem comparações com outros estudos, tecem-se comentários e tiram-se ilações. O comportamento da parede é analisado em particular através do esforço axial resultante ao longo do eixo da parede e das tensões registadas tanto no betão como no aço. São ainda analisadas as aberturas de fenda para os casos modelados tendo em conta as metodologias apresentadas anteriormente.

5.2. Modelação

5.2.1. Definição dos materiais

Em primeiro lugar é necessário definir os materiais que serão utilizados, neste caso betão e aço. Tratando-se de uma análise não linear, é indispensável definir o seu comportamento através da relação tensão-extensão.

a) Betão

As principais características de não linearidade que se pretendem modelar são a fendilhação do betão e a fluência. De forma a simplificar o modelo, atribuiu-se ao betão um comportamento bilinear. Desta forma, e tendo em conta o que foi exposto no subcapítulo 2.1.1, a modelação do betão corresponde ao apresentado na **Figura 5.1**. A classe de betão modelada é C25/30.



Figura 5.1 – Relação tensão-extensão modelada para o material betão (C25/30)

O carácter de longo prazo da ação que se pretende modelar provoca um comportamento menos rígido do material, causado pelo efeito da fluência do betão. Desta forma, opta-se por modelar o betão com um módulo de elasticidade inferior para que a resposta estrutural incorpore o efeito pretendido (redução da rigidez devido à fluência). Assim, as fases lineares do comportamento do betão têm um módulo de elasticidade ajustado, $E_{c,ajust} = E_{c,28}/3$. Importa referir que as ações a incidirem na parede têm desenvolvimentos de carácter de longo prazo (retração), e cíclico (variação de temperatura Inverno-Verão), no entanto considera-se uma aproximação razoável do comportamento da estrutura até pela maior relevância da retração, em geral.

Em relação à compressão do betão, estendeu-se o comportamento linear até f_{ck} como apresentado na curva característica da **Figura 2.1c)** (subcapítulo 2.1.1). Esta aproximação não tem inconveniente pois o nível de tensões é sempre reduzido.

Relativamente à tração do material, a fase linear termina quando o material atinge a tensão f_{ctm} com uma queda abrupta. Adotou-se f_{ctm} em detrimento de $f_{ctk \ 0,05}$ devido à primeira se tratar da resistência média de tração, sendo que, para a amplitude de ação a que a parede estará sujeita iria ocorrer fendilhação para qualquer dos casos. Como consequência desta opção os valores de esforço axial estabilizado (N_{stab}) são superiores, relativamente aos que seriam obtidos com a adoção de $f_{ctk \ 0,05}$. Na realidade a situação seria algures entre as duas hipóteses. O facto de o betão ter maior capacidade resistente permite que se desenvolvam maiores esforços axiais e se formem menos fendas. A quebra abrupta (**Figura 5.1**) visa permitir a convergência do modelo de uma forma mais célere.

Em [33] é referido que o problema de atribuir resistência de tração a um material num programa de elementos finitos prende-se exatamente com o efeito da rigidez tangente negativa (i.e. o patamar descendente da relação $\sigma - \varepsilon$) que pode originar a má colocação do problema impedindo o modelo de convergir. Uma vez que o betão vai fendilhar, torna-se mais simples uma quebra repentina em detrimento de uma redução gradual, que originaria mais descargas a serem realizadas pelo modelo. Ao ocorrer uma descontinuidade no sistema, e sendo a resposta da estrutura controlada através da extensão do material (ε), há menos dificuldades no caso da **Figura 5.2a**) do que no caso da **Figura 5.2b**). É fácil de perceber que a convergência é mais simplificada no primeiro caso uma vez que o programa tem mais facilidade em processar a perda de resistência, já que esta apenas ocorre num instante ao invés de ser prolongada.



Figura 5.2 – Opções de modelação do comportamento do betão à tração: a) quebra abrupta; b) abaixamento suave

Para o coeficiente térmico (α_c) e coeficiente de *Poisson* (v_c) são adotados os valores $10^{-5}/{}^{0}C$ e 0,2, respetivamente.

b) Aço

O material da armadura foi definido como bilinear atingindo o valor da resistência característica, como indicado na **Figura 5.3**. O módulo de elasticidade é de 200 *GPa* como apresentado no subcapítulo 2.2. Outro parâmetro importante a definir é o coeficiente térmico (α_s), adotando-se o valor 1,0 × 10⁻⁵ /⁰C. O tipo de armadura adotado trata-se de A500 ($f_{yk} = 500 MPa$).



Figura 5.3 – Relação tensão-extensão modelada para o material aço (A500)

5.2.2. Parede

A parede é modelada como elemento finito "Shell - Nonlinear" para incluir o carácter não linear do material e conferir um comportamento "shell", ou seja, com comportamento axial e de flexão.

A atribuição das características dos materiais (betão e aço) no elemento de área depende da solicitação a que este está sujeito. Tratando-se de uma solicitação axial, o betão é definido como uma camada única (ao invés de ser definido através do Método Multicamada como descrito em [34]), uma vez que a tensão no material é uniforme na secção, não trazendo qualquer vantagem o seccionamento da camada de betão. Atribui-se a posição, espessura e comportamento não linear (σ_{11} , σ_{22} e σ_{12}) à camada de betão de forma a simular o seu comportamento, como ilustrado na **Figura 5.4a**). Os eixos espaciais pelos quais se rege o elemento são a orientação 1 que corresponde ao comprimento da parede e a 2 à altura desta.

Em relação à armadura, modela-se em formato lâmina, definindo uma espessura da camada de forma a que a área desta seja equivalente à área das armaduras em varão. Para simular o comportamento uniaxial da armadura, são definidas 4 camadas que correspondem aos 4 grupos de armadura: armadura longitudinal superior (*"TopBar1"*) e inferior (*"BotBar1"*) e armadura vertical superior (*"TopBar2"*) e inferior (*"BotBar2"*), como se pode observar na **Figura 5.4a**). Em cada uma destas camadas apenas as tensões axial (σ_{11}) e de corte (σ_{12}) estão ativas, estando as armaduras longitudinais orientadas segundo o elemento (ângulo de 0º tal como o betão) enquanto as armaduras verticais estão orientadas perpendicularmente (ângulo de 90º).

Nome do	Distância ao centro	Espessura	Espessura [m²/m] Material	Ângulo do	Co	mportamento do mate	erial				
componente	do elemento [m]	$[m^2/m]$		Wateria	Wateria	waterial	Material	Wateria	[°]	σ ₁₁	σ_{22}
Betão	0	0,3	Betão C25/30	0	Nãolinear	Nãolinear	Nãolinear				
TopBar1	0,112	0,00134	Aço A500	0	Nãolinear	Inativo	Nãolinear				
BotBar1	-0,112	0,00134	Aço A500	0	Nãolinear	Inativo	Nãolinear				
TopBar2	0,112	0,00134	Aço A500	90	Nãolinear	Inativo	Nãolinear				
BotBar2	-0,112	0,00134	Aço A500	90	Nãolinear	Inativo	Nãolinear				

a) Configuração do elemento finito

b) Representação de cada componente espacialmente



Figura 5.4 - Elemento finito modelado: a) Configuração textual; b) Representação espacial

O programa disponibiliza ainda uma figura da secção que permite compreender como o elemento está definido, **Figura 5.4b**). O recobrimento adotado é c = 40 mm, tratando-se de um valor recomendado por EN 1992-1-1 [1] como sendo adequado tendo em conta a classe de exposição de uma parede em contexto de reservatório.

Outro fator importante é a restrição ao livre deslocamento ao nível da base da parede. Opta-se por modelar essa restrição bloqueando totalmente o movimento dos nós da base. A redução da restrição pode ser posteriormente introduzida, de uma forma indireta, na magnitude da ação a que a parede será sujeita (por exemplo, para 90% de restrição definia-se $a_{c}ão_{efetiva} = 0.9 a_{c}ão_{total}$), porém adota-se a restrição total, de forma conservativa, tal como foi considerado em [8] e [25] (nós com translações impedidas e rotações livres).

As paredes modeladas visam estudar o efeito das deformações impostas neste tipo de estruturas e para o efeito adota-se a seguinte geometria:

```
L=30m H=3m h=0,3m
```

As quantidades de armadura adotadas na modelação são as apresentadas na **Tabela 5.1** de forma a facilitar a comparação de resultados com outros estudos.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Armadura por face	<i>φ</i> 8//0,15	φ10//0,15	φ12//0,15	φ16//0,15
$A_{s,total} \ [cm^2/m]$	6,70	10,48	15,08	26,80
ρ [%]	0,223	0,349	0,503	0,893

Tabela 5.1 – Armaduras adotadas na modelação

Importa referir que a quantidade de armadura mínima como indicada no subcapítulo 3.2.4.4 é dada por:

$$A_{s,min} = 15,60 \ cm^2/m$$
 $\rho_{min} = 0,52 \ \%$

desta forma, o caso 3 simula praticamente essa situação.

O modo de operar do *software* utilizado simula aderência perfeita entre materiais, logo há necessidade/vantagem de adotar as dimensões dos elementos de área tendo em conta o Método da Rigidez Equivalente proposto por Favre et al. [24] referido no subcapítulo 2.3, para que a perda de rigidez, aquando a abertura de fenda, seja a adequada. Apesar de segundo a Equação (2.7) a largura de cada elemento finito dever respeitar o apresentado na **Tabela 5.2**. de acordo com a hipótese de Favre et al. [24], **opta-se por adotar uma largura de 0,25m (elemento quadrado) para todos os casos** devido a questões de processamento de dados. Esta opção permite uma análise mais célere, possibilitando ainda assim a obtenção de resultados adequados e em conformidade com a simplicidade que se pretende para esta análise (consultar o Anexo B para obter mais informação a este respeito).

Tabela 5.2 – Larguras de elementos finitos adotadas ($l_{EF,adot}$) e segundo o Método da Rigidez Equivalente ($0.7 \times l_0$)

	<i>φ</i> 8//0, 15	φ10//0, 15	φ12//0, 15	φ16//0, 15
$0,7 \times l_o [m]$	0,23	0,19	0,16	0,13
l _{EF,adot} [m]	0,25	0,25	0,25	0,25

5.2.3. Ação

As ações que se pretendem modelar são deformações impostas axiais das quais se destacam a retração e a variação de temperatura.

No seguimento dos resultados obtidos por Câmara e Luís [25], e referidos no subcapítulo 3.2.3.3, que indicavam larguras de abertura de fenda da mesma ordem de grandeza para deformações impostas internas e externas (apesar de no primeiro caso se obter tensões na armadura inferiores), opta-se por modelar a retração como uma variação de temperatura equivalente. Desta forma aplica-se apenas uma variação de temperatura a todos os componentes do elemento simulando simultaneamente a ação de retração e variação de temperatura.

Em relação à modelação da ação propriamente dita esta é definida como uma ação estática de análise não linear. Com o intuito de monitorizar a evolução do comportamento da parede determina-se a gravação dos resultados em intervalos regulares de incremento de ação.

As características da ação introduzida na parede são apresentadas na **Tabela 5.3**, estando a avaliação das ações que totalizam $\Delta T = -50,0$ °C apresentadas no Anexo A, onde se estimou variações de temperatura equivalente para a retração e ciclo Verão-Inverno de -35 e -15°C, respetivamente.

Tabela 5.3 - Característica da deformação imposta aplicada à parede

$\Delta T [^0C]$	Número de passos	Intervalo incremental [⁰ C]
-50	500	-0,1

5.2.4. Considerações adicionais

Importa referir que os casos modelados apresentam zonas de maior instabilidade consequência de na zona central da parede o diagrama de tensões em estado não fendilhado pouco variar de secção para secção. Em resposta a essa situação, as primeiras fendas não se limitam a uma secção, originando perda de capacidade resistente do betão a uma região. Essa ocorrência provoca uma perda de rigidez mais alastrada do que o esperado, tendo influência tanto no esforço axial instalado na parede como no diagrama de tensões após fendilhação. Para melhor compreensão de que fenómeno se trata, a **Figura 5.5** apresenta a resposta estrutural da parede aquando a formação das primeiras fendas e para a ação total ($\Delta T = -50^{\circ}$ C), para o caso 1, com a configuração inicial.



Figura 5.5 – Tensão na armadura para o caso 1 com a configuração inicial para: **a**) $\Delta T = -25,5^{\circ}$ C; **b**) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C

Constatando-se que esse problema era confinado à formação das primeiras fendas adotaram-se secções constituídas por um betão com capacidade resistente à tração ligeiramente reduzida (2590 kPa em vez dos 2600 kPa das restantes secções) com o objetivo de obter uma fenda localizada. Desta forma obtêm-se resultados mais consistentes, em vez dos picos de tensão na armadura registados para uma fenda suficientemente distante das zonas de maior fendilhação em comparação com os diagramas de tensão registados em secções mais próximas dessas mesmas zonas.

No Anexo C encontram-se ilustradas que secções foram sujeitas a abaixamento da capacidade resistente do betão, para cada caso modelado. Estas secções foram posicionadas com base no local onde se formavam as primeiras fendas. Relativamente ao Caso 4 não se verificou que se retiraria benefício com a inclusão de tais secções optando-se por manter a configuração inicial.

A **Figura 5.6** ilustra a resposta estrutural da parede (com a nova configuração) aquando a formação das primeiras fendas e para a ação total ($\Delta T = -50$ °C), para o caso 1, podendo comparar-se com a **Figura 5.5** e constatar as melhorias. Os restantes casos são apresentados no Anexo D.



Figura 5.6 – Tensão na armadura para o caso 1 com a configuração onde se incluem secções enfraquecidas para: **a**) $\Delta T = -25,5^{\circ}$ C; **b**) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C

Na **Figura 5.7** é possível observar a diferença em termos de esforço axial instalado na parede para uma ação de $\Delta T = -50^{\circ}C$ com a inclusão, ou não, das secções enfraquecidas. Como é possível analisar, a inclusão destas secções origina resultados mais uniformes. Para os casos que não se incluiu a variação de resistência do betão é possível constatar um abaixamento de esforço axial localizado que coincide com a localização das zonas de maior fendilhação. Também os diagramas de tensão nas armaduras apresentam uma distribuição mais credível. Refira-se, no entanto, que as conclusões deste estudo não seriam afetadas se não tivesse sido feita esta adaptação.



Figura 5.7 – Esforços axiais instalados na parede com ou sem inclusão de secções enfraquecidas para $\Delta T = -50^{\circ}C$: **a)** Caso 1; **b)** Caso 2; **c)** Caso 3

5.3. Análise e comparação de resultados

5.3.1. Estado não fendilhado

O comportamento da parede em estado não fendilhado é o esperado. Como se observa na **Figura 5.8**, as tensões decrescem em altura, no entanto na zona central esse decréscimo é pouco significativo.



Figura 5.8 – Diagrama de tensão no betão em parede com L/H=10 e para uma ação $\Delta T = -25,1^{\circ}C$

Dado que se modelou o betão de forma a ter em consideração o carácter de longo prazo da deformação imposta ($E_c = E_{cm}/3$) e a fundação com total restrição, é expectável que a fendilhação se inicie para $\Delta T \approx -25,2 \,^{\circ}\text{C}$ ($f_{ct} = \frac{31}{3} \times 10^6 \times 25,2 \times 10^{-5} = 2604 \, kPa$), o que se verifica. A **Figura 5.9** apresenta o diagrama de tensões no betão na iminência de ocorrer fendilhação ($\Delta T = -25,1 \,^{\circ}\text{C}$). Nos casos em que se adotou secções enfraquecidas a fendilhação inicia-se para $\Delta T = -25,1 \,^{\circ}\text{C}$, como é fácil compreender ($f_{ct} = \frac{31}{3} \times 10^6 \times 25,1 \times 10^{-5} = 2594 \, kPa > 2590 kPa$).



Figura 5.9 – Diagrama de tensão no betão em altura em situação iminente de fendilhação, em parede com L/H=10, para: **a**) x=6m; **b**) x=9m; **c**) x=15m, sendo x a distância à extremidade

As relações entre os valores de base e de topo obtidos ($\sigma_{c,topo}/\sigma_{c,base}$) são as seguintes:

 $x = 6m \rightarrow 0,78$ $x = 9m \rightarrow 0,94$ $x = 15m \rightarrow 0,99$

Os valores obtidos para a zona central da parede apontam para resultados aproximados dos apresentados na **Figura 4.4** e relativos ao estudo de Favre et al. [24], como seria de esperar.

5.3.2. Desenvolvimento da fendilhação

A fendilhação na parede deteta-se pela tensão registada tanto no aço como no betão. Registam-se picos de tensão na armadura e tensão nula no betão nas secções fendilhadas. Neste subcapítulo acompanha-se o desenvolvimento desta fendilhação de acordo com a análise efetuada.

No caso 1 a fendilhação inicia-se para $\Delta T = -25,1^{\circ}$ C, devido às secções enfraquecidas induzidas, com duas fendas simétricas posicionadas na zona interior da parede. Para $\Delta T = -25,4^{\circ}$ C formam-se fendas nas restantes secções enfraquecidas, como se pode observar na **Figura 5.10**.



A **Figura 5.11** permite observar o desenvolvimento da fendilhação na parede. Constata-se que a fendilhação tem origem na zona inferior da parede desenvolvendo-se posteriormente em altura. As primeiras fendas a formarem-se apresentam uma altura superior às que são formadas para níveis de ação superiores e o desenvolvimento em altura dá-se de forma mais célere quanto mais cedo se der a sua formação. Por outras palavras, o diferencial de ação registado entre o aparecimento da fenda e o instante em que esta atinge o topo da parede é inferior para as primeiras fendas a serem formadas. Outro aspeto que se observa é a concentração de tensões no betão junto ao topo das fendas, tal como sugerido por ACI 207.2R-95 [27] e apresentado no subcapítulo 4.2.3.



Figura 5.11 – Tensão no betão no caso 1 para: **a**) $\Delta T = -26,0^{\circ}$ C; **b**) $\Delta T = -30,0^{\circ}$ C; **c**) $\Delta T = -40,0^{\circ}$ C; **d**) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C

De forma a comparar resultados das respostas com diferentes quantidades de armadura, a fendilhação inicial, registada para os restantes casos modelados, encontra-se representada nas **Figuras 5.12**, **5.13** e **5.14**. A comparação entre os diagramas de tensões após a fendilhação inicial permite também constatar a menor perda de rigidez quanto maior a quantidade de armadura, já que nas secções não fendilhadas verificam-se tensões no betão superiores para quantidades de armadura superiores (**Figuras 5.10**, **5.12**, **5.13** e **5.14**). Tal evidencia a maior solidarização entre painéis não fendilhados à medida que se aumenta a quantidade de armadura. A maior solidarização entre painéis não fendilhados permite uma formação de fendas mais célere uma vez que se volta a atingir a tensão resistente de tração do betão para valores de ação inferiores.



Figura 5.12 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,3$ °C (caso 2)



Figura 5.13 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,1$ °C (caso 3)



Figura 5.14 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,2$ °C (caso 4)

Essa maior solidarização continua a fazer-se sentir com a evolução da ação atuante, uma vez que a formação e desenvolvimento das fendas continua a proceder-se mais rapidamente quanto maior a quantidade de armadura. Desta forma, para a ação final, quanto maior for a armadura adotada maior o número de fendas formadas, como é possível observar na **Figura 5.15**, onde se apresenta a tensão no betão para os casos 2, 3 e 4 para a ação final. É ainda possível constatar o maior desenvolvimento em altura das fendas formadas e o maior nível de tensão no betão, para a ação final, com o aumento da quantidade de armadura, devido à maior rigidez em zonas de fenda. De facto a menor deformabilidade registada nas secções fendilhadas permite uma restrição mais eficaz em altura.



Figura 5.15 – Tensão no betão para $\Delta T = -50^{\circ}$ C no: a) Caso 2; b) Caso 3; c) Caso 4

O espaçamento médio entre fendas registado para os casos modelados é apresentado na **Tabela 5.4**. Estes valores são meramente indicativos, espelhando apenas a maior proximidade entre fendas com o aumento de armadura, assim como o maior desenvolvimento em altura por parte das fendas formadas (localização $h_{base} = 3 m$, topo da parede). Os valores apresentados são medidos através da leitura da dimensão de cada elemento finito.

Tabela 5.4 – Valores médios de espaçamento de fendas [S_{rm}] obtidos pela análise não linear ($\Delta T = -50,0^{\circ}$ C)

Localização	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$h_{base} = 0 m$	$\approx 0,88 m$	$\approx 0,63 m$	$\approx 0,55 m$	$\approx 0,5 m$
$h_{base} = 3 m$	≈ 1,5 m	\approx 1,4 m	\approx 1,04 m	$\approx 0,73 m$

No Anexo E estão representados os diagramas de tensão no betão para quantidades de ação intermédias para que seja possível observar a evolução da fendilhação para os casos 2, 3 e 4, tal como se procedeu para o caso 1 no início do presente subcapítulo.

De acordo com o que está apresentado no subcapítulo 4.2.3, o documento ACI 207.2R-95 [27] indica que para uma parede com L/H = 10 uma vez que as fendas se desenvolvam até 0,2 vezes a altura da parede estas desenvolvem-se até ao topo da parede sem que haja aumento da deformação imposta (**Figura 5.16**), isto é, não necessita de maior contração da parede para que a fenda se desenvolva em altura. Sendo a altura da parede H = 3,0m, a altura de fenda correspondente seria $h_c = 0,6m$. Na análise numérica realizada observam-se fendas com altura superior à referida e que ainda não atingiram o topo da parede, ou seja, não se verificou esse comportamento da parede.



Figura 5.16 – Altura da fenda (h_c) para que esta se desenvolva até ao topo da parede sem que haja maior diminuição do volume ($L/H = 10 \rightarrow h_c/H = 0,2$)

5.3.3. Esforço axial instalado

Tal como nos resultados obtidos por Câmara e Luís [25] e Teixeira [8], obtiveram-se esforços axiais estabilizados consideravelmente inferiores aos esforços axiais de fendilhação. A **Figura 5.17** apresenta ambos os esforços para cada caso modelado e a **Tabela 5.5** compara os resultados obtidos com os resultados apresentados por Câmara e Luís [25]. Os valores presentes na tabela referentes à presente análise numérica correspondem aos valores máximos aquando o final da análise ($\Delta T = -50,0^{\circ}$ C). Os resultados são apresentados por metro de altura.



Figura 5.17 – Esforço axial por metro de altura para os casos modelados ($N_{cr,calc}$ – esfoço axial de fendilhação de cálculo; $N_{cr,mod}$ – esforço axial na iminência de se iniciar a fendilhação segundo o modelo; $N_{-50^{\circ}C}$ – esforço axial para $\Delta T = -50,0^{\circ}C$): **a**) Caso 1; **b**) Caso 2; **c**) Caso 3; **d**) Caso 4

	$N_{-50^{\circ}\mathrm{C}} \left[kN/m \right]$	N _{stab} [kN/m] [25]
Caso 1	295	207
Caso 2	335	283
Caso 3	375	333
Caso 4	510	417

Tabela 5.5 - Comparação entre valores de esforço axial estabilizado

Uma razão para se terem valores superiores aos obtidos na análise realizada por Câmara e Luís [25], estará na resistência de tração do betão superior (2,6 MPa em vez de 2,35 MPa), permitindo ao betão atingir tensões superiores, traduzindo-se num maior esforço axial. Este aspeto revela para além da opção por programas de análise não linear distintos, que se podem obter nestas análises resultados com algumas variações que, no entanto, não põem em causa o essencial das características da resposta estrutural.

Importa referir que o esforço axial na iminência de ocorrer fendilhação é superior ao esforço axial de fendilhação de cálculo ($N_{cr,calc} = f_{ctm}$. $A = 2600 \times 0.3 = 780 \ kN/m$). Tal deve-se à existência de tensões nas armaduras que contribuem para aumentar o esforço axial de fendilhação.

Tal como esperado, para maiores quantidades de armadura obtêm-se esforços axiais estabilizados (N_{stab}) superiores, como se pode observar na **Figura 5.18**, fruto da maior perda de rigidez verificada para paredes com menores quantidades de armadura.



Figura 5.18 – Esforço axial instalado na parede sujeita a uma variação de temperatura de -50°C

Tal como referido anteriormente, uma maior quantidade de armadura traduz-se numa solução mais rígida após fendilhação. Como observado e explicado no subcapítulo anterior, quanto maior a quantidade de armadura, maior o nível de tensão registado no betão. Essa maior tensão reflete-se também num maior esforço axial.

A **Figura 5.19** apresenta o desenvolvimento do esforço instalado na parede para o Caso 4 $(\phi 16//0, 15 m \text{ em} \text{ ambas as faces})$ para variação de temperatura crescente. É possível constatar que entre $\Delta T = -25, 2^{\circ}\text{C}$ e $\Delta T = -25, 5^{\circ}\text{C}$ há o aparecimento de fendas na periferia, assinaladas pela descida abrupta do esforço axial nessa zona. Apesar da formação destas fendas, a sua influência na zona central é praticamente nula, uma vez que o esforço axial se apresenta praticamente inalterado. Desta forma constata-se que, ao contrário do caso do tirante, a formação de fendas em paredes tem influência mais localizada.



Figura 5.19 – Esforço axial instalado na parede para diversos valores de deformação imposta (caso 4)

De forma a facilitar a compreensão da **Figura 5.19**, apenas são apresentados os esforços axiais para algumas amplitudes de deformação imposta. É possível observar que entre $\Delta T = -25,5^{\circ}$ C e $\Delta T = -50^{\circ}$ C a variação de esforço axial ao longo da parede pouco varia. Ainda assim, considera-se pertinente acompanhar a variação deste esforço para níveis de ação superior com maior detalhe. Sendo assim, apresenta-se a **Figura 5.20** onde se divide a variação de esforço axial para incrementos de ação, comparando-se sempre com o valor estabelecido para a ação final. Os diagramas de tensão para cada amplitude de ação encontram-se apresentados no Anexo F de forma a acompanhar as ocorrências referidas de seguida.



Figura 5.20 – Esforço axial instalado na parede para diversos níveis de ação (caso 4)

É importante referir as razões da opção pelas amplitudes de ação selecionadas. Na **Figura 5.20a)** estão representados três níveis de ação (aparte da ação final) que correspondem aos níveis para os quais surgem novas fendas relativamente à ação anterior. No primeiro intervalo (-25,5 a -26,1°C) nota-se a formação de quatro novas fendas (simétricas) assinaladas por ligeiros abaixamentos do esforço axial instalado, tendo uma influência relativamente reduzida. O segundo intervalo (-26,1 a -28,9°C) corresponde à formação de várias fendas periféricas e, como consequência, o esforço axial diminui de forma mais vincada na periferia da parede.

A **Figura 5.20b)** representa um intervalo de ação (-28,9 a -30,6°C) onde apenas se formam 2 fendas, possível de observar através dos abaixamentos junto de x = 8m e x = 22m. Esta figura permite ainda analisar o aumento do esforço axial nas secções não fendilhadas, ainda que seja ligeiro. Para além disso, as secções que se encontravam fendilhadas antes do nível de ação $\Delta T = -28,9^{\circ}$ C mantêm o esforço axial, enquanto as secções que fendilham para $\Delta T = -28,9^{\circ}$ C sofrem um aumento a nível de esforço axial, nomeadamente as secções fendilhadas da periferia.

Por fim, na **Figura 5.20c)** apresenta-se a variação do esforço axial nos últimos -20°C (-30,6 a -50,0°C) dividido por dois intervalos. No primeiro intervalo de ação (-30,6 a -40,0°C) o esforço axial instalado na zona central da parede pouco varia, prevalecendo o aumento de esforço axial na periferia. Já no segundo intervalo de ação (- 40,0 a -50,0°C) constata-se o contrário, aumentando o esforço axial da zona central enquanto o esforço axial da zona periférica pouco se altera.

Pode assim constatar-se que após a fendilhação de uma secção dá-se um abaixamento do esforço axial na mesma, sendo este abaixamento acompanhado pelas secções das redondezas. Posteriormente a esse instante e com o aumento da ação, dá-se um aumento do esforço axial concentrado na zona anteriormente fendilhada, enquanto nas restantes regiões o esforço axial pouco se altera. Após se atingir um certo nível de esforço axial na secção fendilhada a compatibilização de extensões transfere-se para outras regiões. Isto ocorre porque a deformação imposta a que a parede está sujeita é compatibilizada por aumentos de extensão em secções da parede que se encontram

mais folgadas. Após a abertura de uma fenda essa secção pode acomodar melhor as variações de extensão, dando-se o aumento de tensões nessas zonas. Assim que se atinge uma situação equivalente às restantes secções as variações de extensão são distribuídas por outras secções.

Passando aos restantes casos modelados, na **Figura 5.21** estão apresentados os esforços axiais instalados para os casos 1, 2 e 3, podendo observar-se a maior perda de rigidez para os casos com menor quantidade de armadura através do maior abaixamento do esforço axial instalado aquando a formação de fendas, como seria esperado. Observando o comportamento estrutural da parede para os quatro casos modelados, é possível verificar que a estabilização do esforço axial dá-se para um espaçamento de fenda na ordem de grandeza da altura da parede, uma vez que assim que se formam fendas com esse espaçamento o esforço axial instalado pouco varia. Esta é uma constatação interessante, mas que justifica aprofundamento pois, a ser real, significaria que a abertura de fendas teria pouca variação a partir daquela situação (nível de tensão com pouca variação).



Figura 5.21 – Esforços axiais instalados na parede para diversos valores de deformação imposta: a) Caso 1; b) Caso 2; c) Caso 3

Para compreender melhor que tipo de comportamento uma parede tem quando sujeita a deformações impostas, apresenta-se a **Figura 5.22** onde se mostra o desenvolvimento do esforço axial instalado na parede para deformação imposta axial crescente nos casos modelados. Os elementos finitos que se apresentam nessa mesma figura situam-se em secções que fendilham, estando indicado o instante em que se dá a fendilhação na secção correspondente.

Analisando a **Figura 5.22**, observa-se que assim que se dá a fendilhação na parede, ocorre um abaixamento repentino nas restantes secções mesmo que estas não fendilhem. Tal como se observou no início deste subcapítulo, assim que a parede inicia a fendilhação, apesar de se registar um comportamento mais localizado do que no caso do tirante, a abertura de fendas, que origina um abaixamento de esforço axial fruto da perda de rigidez, provoca a alteração do esforço axial das restantes secções. Isto ocorre porque indiretamente a fendilhação altera a restrição de base, já que a secção que fendilha afeta o nível de restrição. As quebras de esforço axial registadas na **Figura 5.22** 64

são mais acentuadas aquando a formação de fendas mais próximas da secção em causa, tal como se observou anteriormente. A **Figura 5.22** permite constatar, novamente, a maior perda de rigidez para casos com quantidades de armadura inferiores, já que, aquando o início da fendilhação, o abaixamento de esforço axial é superior.



Figura 5.22 – Desenvolvimento do esforço axial com o aumento da ação para: a) Caso 1; b) Caso 2; c) Caso 3; d) Caso 4

A Figura 5.22 permite distinguir as diferentes fases da resposta estrutural da parede quando sujeita a deformação imposta. A primeira fase, como não podia deixar de ser, corresponde à fase não fendilhada, onde a estrutura se encontra em estado I e o esforço axial aumenta linearmente com o aumento da ação. Quando atinge a resistência de tração do betão ocorre fendilhação que faz baixar repentinamente o esforço axial induzido na parede. Inicia-se então a fase de formação de fendas onde se registam vários aumentos progressivos intervalados por quebras repentinas do esforço axial, correspondendo essas quebras à formação de fendas. Posteriormente observa-se (apenas nas Figura 5.22a) e b)) uma tendência para o aumento do esforço axial com pendente constante, embora muito moderada, podendo indiciar o início da fase de fendilhação estabilizada. Esta fase é novamente referida no subcapítulo 5.3.4 devido a ter implicações a nível da tensão na armadura.

5.3.4. Tensões na armadura

a) Amplitude de tensões na armadura

Em relação à amplitude das tensões registadas, apesar do aumento da quantidade de armadura corresponder a maiores esforços axiais (como visto no subcapítulo 5.3.3), o facto da área de varões ser superior implica uma descida do nível de tensões. Os valores máximos das tensões presentes na armadura de acordo com a análise executada são apresentados na **Tabela 5.6**.

Tabela 5.6 - Tensões máximas registadas no aço para cada caso modelado

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$\sigma_{s,max}$ [MPa]	460	350	305	225

Constata-se destas análises que, apesar dos três primeiros casos apresentarem armadura inferior à considerada mínima pelo Eurocódigo, as tensões registadas nas armaduras não atingem a cedência (500 *MPa*), para a ação a que a parede foi sujeita.

b) Distribuição em altura da tensão na armadura para a ação final ($\Delta T = -50, 0^{\circ}$ C)

A análise realizada permite verificar o aparecimento de fendas que não se desenvolvem completamente em altura. Este facto permite ter em conta o que foi referido no subcapítulo 4.2.3 no que diz respeito à zona em altura onde se regista a maior largura de fenda. Desta forma, existem situações nos casos modelados em que se regista um valor ligeiramente superior da tensão na armadura, localizado a meia altura, resultado de nas proximidades existirem fendas que não se desenvolvem completamente em altura. Na **Figura 5.23** são apresentadas as tensões na armadura ao longo de uma fenda onde se verifica o referido anteriormente, coincidindo o pico de tensão com a altura da fenda adjacente.



Figura 5.23 – Tensões na armadura em zonas de fenda onde existem fendas que não se desenvolvem completamente em altura nas proximidades; a) Caso 1; b) Caso 2; c) Caso 3; d) Caso 4

Em zonas onde se concentram fendas totalmente desenvolvidas em altura a zona de tensão máxima localiza-se no topo da parede. Como referido no subcapítulo 4.1, resultados obtidos por W. Teixeira [8] apontavam para que a tensão na armadura aumentasse em altura. Nessa análise as fendas induzidas atravessavam por completo a altura da parede, constituindo condições idênticas às registadas em certas zonas da presente análise, onde se registam grupos de fendas totalmente (ou praticamente) desenvolvidas em altura. A **Figura 5.24** ilustra as tensões nas armaduras precisamente nessas zonas

nos diversos casos modelados. No caso 1 não há registo de tal ocorrer pois as fendas que se desenvolvem totalmente em altura encontram-se separadas por fendas parciais.



Figura 5.24 – Tensões na armadura em zonas onde a maior largura de fenda se encontra no topo da parede: a) Caso 2; b) Caso 3; c) Caso 4

Verifica-se, assim, que apesar de se verificarem algumas variações da tensão em altura, estas são pouco significativas. A zona a meia altura da parede regista mais fendas, podendo nos levar a pensar que a tensão seria inferior à registada no topo. No entanto, por estar mais próximo da zona com maior grau de restrição, tem de compensar uma maior deformação imposta. Assim, o maior número de fendas, em comparação com o topo, permite esse acomodar da maior deformação com níveis de tensão equivalentes.

A localização das secções apresentadas nas Figuras 5.23 e 5.24 são indicadas no Anexo G.

A zona junto á base está muito próxima dos pontos restringidos, fator que leva ao abaixamento da tensão nessa zona. A tensão registada nos pontos restringidos do modelo (pontos situados mais abaixo) não se altera qualquer que seja a armadura adotada. Outro fator que leva ao maior abaixamento de tensão na armadura na zona inferior da parede é o maior número de fendas que se encontram nessa região.

c) Desenvolvimento da tensão na armadura com o aumento da ação

Ainda relativamente às tensões registadas na armadura, importa analisar o seu desenvolvimento para ação crescente. Deste modo, apresenta-se o desenvolvimento das tensões na armadura para o caso 1, presente na **Figura 5.25**. A localização dos elementos finitos referidos é representada na **Figura 5.26**, a vermelho, para se ter uma referência espacial dos elementos analisados. Os restantes elementos estão representados de acordo com a configuração referida no subcapítulo 5.2.4 e apresentada no Anexo C, onde o verde representa betão com $f_{ctm} = 2,6MPa$ e o azul representa betão com

 $f_{ctm} = 2,59MPa$. Desta forma, pretende-se proporcionar uma referenciação da malha, para uma melhor leitura do posicionamento dos elementos.



Figura 5.25 - Desenvolvimento da tensão na armadura para o caso 1

╺╋╡╶╴╴╴╴╴╴╴╴╴╴╴╴╴╴╴╴╸		
▅▋▋▋▋▋▋▋▋▋▋	***********************************	
▅▋▋▋▋▋▋▋▋▋▋▋		

Figura 5.26 – Localização dos elementos finitos escrutinados na Figura 5.25, aqui, representados a vermelho (da esquerda para a direita): #199; #271; #356; #439; #473

Na **Figura 5.25** as aberturas de fendas são representadas por aumentos bruscos da magnitude da tensão na armadura. Assim, é possível perceber que a secção onde se encontra o elemento **#356** fendilha na sua totalidade assim que se forma a fenda (uma vez que apenas apresenta um aumento brusco estabilizando em seguida), enquanto as secções correspondentes aos elementos **#199**, **#271** e **#439** fendilham na sua totalidade mas com um desenvolvimento gradual, uma vez que se registam vários incrementos até atingir um certo patamar de estabilização. Da mesma forma, o elemento **#473** situa-se numa secção que não fendilha na sua totalidade, visto que a tensão final é reduzida em comparação com as restantes secções, apresentando dois desenvolvimentos da fenda até à ação final ($\Delta T = -50^{\circ}$ C).

A Figura 5.25 permite ainda verificar o comportamento localizado da parede, através dos elementos #199, #439 e #473. Após a formação da fenda no elemento #439 (sinalizado com o primeiro aumento brusco, relativo a este elemento, na mesma figura), observa-se um abaixamento repentino na tensão do elemento #473, apesar de ser diminuto em termos absolutos tem alguma expressão em termos relativos. Tal como se observa na Figura 5.27, aquando a formação da fenda no elemento #439 não há qualquer fenda a separar este elemento do elemento #473, daí este ser afetado. A Figura 5.27 permite ainda observar o abaixamento da tensão registado junto ao elemento #439 após a fendilhação do elemento, ainda que seja relativa ao betão esta impõe o mesmo efeito no aço. Por outro lado, aquando a formação da fenda em #199, a tensão no elemento #473 já não é afetada, podendo constatar-se na Figura 5.28 a separação entre os dois elementos por várias fendas. Também na Figura 5.28 se constata a não alteração relativamente à tensão presente no elemento #473, ao contrário do registado nos elementos junto a #199.



Figura 5.27 – Tensão no betão, no caso 4, para: a) iminência de se formar a fenda em #439; b) após a formação da fenda em #439



Figura 5.28 – Tensão no betão, no caso 4, para: a) iminência de se formar a fenda em #199; b) após a formação da fenda em #199

O comportamento localizado das paredes revela-se em todos os casos, não sendo exclusivo do caso 1. A **Figura 5.29** corresponde ao caso 4, onde se apresenta o desenvolvimento das tensões na armadura dos elementos finitos representados na **Figura 5.30**, tal como se procedeu para o caso 1 anterior.



Figura 5.29 - Desenvolvimento da tensão na armadura para o caso 4



Figura 5.30 – Localização dos elementos finitos escrutinados na Figura 5.29, aqui representados a vermelho (da esquerda para a direita): #175; #231; #234; #255; #297

Em resultado da proximidade dos elementos selecionados, é possível observar a influência que a formação de fendas tem nos elementos restantes, como referido para o caso 1. Neste caso destacam-se os abaixamentos de tensão registados nos elementos **#175**, **#255** e **#297** aquando a formação de fendas em **#231** e **#234**, bem como o abaixamento de tensão nos elementos **#231**, **#234** e **#255** aquando a formação de fendas em **#175** e **#297**.

A inclusão de dois elementos da mesma secção, casos dos elementos **#231** e **#234**, permite ainda verificar que a formação de fendas apenas influencia as restantes secções para elementos que se situam ao mesmo nível, ou abaixo, do topo da fenda. Como se pode notar, a formação da fenda em **#255** apenas provoca a redução de tensão no elemento **#231**, enquanto o elemento **#234** segue a tendência que vinha exibindo. Na **Figura 5.31**, é possível observar que a fenda no elemento **#255** é reduzida em altura, apenas atingindo o nível de altura do elemento **#231**. Por outro lado, aquando a formação da fenda em **#297**, e visto que esta se desenvolve completamente em altura desde esse instante (**Figura 5.32**), ambos os elementos, **#231** e **#234**, sofrem uma redução da tensão instalada na armadura. Deste modo, constata-se o comportamento seccionado em altura da parede, tal como o ACI 207.2R-95 [27] tira partido nas suas recomendações (e apresentado no subcapítulo 4.2.3), onde analisa a parede por secções em altura, visto que o desenvolvimento de fendas abaixo do elemento considerado pouco altera a tensão estabelecida neste.



Figura 5.31 – Tensão no betão no instante em que se forma a fenda no elemento #255 ($\Delta T = -37,8^{\circ}$ C), para o caso 4



Figura 5.32 – Tensão no betão no instante em que se forma a fenda no elemento #297 ($\Delta T = -28,9^{\circ}$ C), para o caso 4

Os casos 2 e 3 são apresentados nas **Figuras 5.33** e **5.34**, respetivamente, para que se possa comparar algumas particularidades com os restantes casos (casos 1 e 4 apresentados previamente nas **Figuras 5.25** e **5.29**).



Figura 5.33 – Desenvolvimento da tensão na armadura para o caso 2



Figura 5.34 - Desenvolvimento da tensão na armadura para o caso 3

Ao analisar as quatro figuras referidas, dá-se conta de que, após a formação da fenda na sua totalidade, a tensão na armadura atinge um patamar relativamente estável, á medida que outras secções da parede vão fendilhando. Deste modo, e tal como referido no subcapítulo 5.3.3, as variações de volume da parede são acomodadas nas secções mais folgadas. Assim que a fendilhação estabiliza, as tensões nas armaduras aumentam gradualmente, entrando na fase de fendilhação estabilizada.

À medida que se aumenta a quantidade de armadura, há condições para que se formem mais fendas aumentando o nível de ação para a qual a fendilhação estabiliza. Desta forma, a fase em que se regista o aumento gradual e continuado da tensão na armadura regista-se para níveis de ação superiores quanto maior a quantidade de armadura ao ponto de nos casos 3 e 4 não se registar tal fase (**Figuras 5.34** e **5.29**) uma vez que a formação de fendas é um processo que se estende até ao valor máximo de ação considerado.

Assim, apesar de para os casos modelados não se registar a cedência das armaduras, é necessário ter presente que, especialmente para o caso 1, se for expectável a atuação de uma ação superior à considerada, pode-se registar a cedência das armaduras. De facto, é razoável admitir a plastificação das armaduras para o caso 1, já que se registam tensões na armadura bastante próximas de f_{yk} e, como é possível observar na **Figura 5.25**, o desenvolvimento das mesmas apresenta uma forte tendência ascendente. De forma a constatar a fase de fendilhação estabilizada para o caso 1, na **Figura**

5.35 é possível analisar o desenvolvimento da fendilhação entre $\Delta T = -41,0$ °C e -50°C, e averigua-se que o número e altura das fendas praticamente não evolui.



Figura 5.35 – Tensão no betão no caso 1 para: a) $\Delta T = -41,0^{\circ}$ C; b) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C

O Anexo H apresenta referências adicionais acerca da formação de fendas e dos diagramas de tensão a ilustrar a abertura de fenda. Trata de informação adicional relativamente a este subcapítulo.

5.3.5. Aberturas de fenda

a) Estimativa de largura de fenda para os casos modelados

Neste subcapítulo estimam-se as larguras das fendas referentes aos casos modelados, de acordo com diversas metodologias. No subcapítulo 4.2 foram apresentadas algumas considerações acerca de aberturas de fenda em paredes, que neste contexto se aplicam. Recorda-se que o recobrimento adotado é de c = 40 mm. No Anexo I apresentam-se os cálculos discriminados para cada metodologia de cálculo. A tensão na armadura para estimar a largura de fenda será a obtida na análise numérica realizada (**Tabela 5.6**).

O regulamento europeu faz distinção entre paredes armadas com quantidades superiores e inferiores à armadura mínima (tal como indicado no subcapítulo 4.2.2), estabelecendo-se, neste caso, a armadura mínima como sendo $A_{s,min} = 15,6 \ cm^2/m$. Como referido anteriormente, o caso 3 ($A_s = 15,08 \ cm^2/m$) aproxima-se desse valor, sendo que, na presente dissertação, aborda-se este caso para situações inferior e superior. Na **Tabela 5.7** encontra-se esquematizado o processo de cálculo da abertura de fenda segundo este regulamento.

	A _{s,min}	R _{ax}	€ _{free}	$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$	$S_{r,max}[m]$	$w_k [mm]$
Caso 1	Inf.			-		
Caso 2	Inf.	0,5	50×10^{-5}	-	$1,3 \times 3 = 3,9$	0, 98
	Inf.			-		
Caso 3	Sup.	-	-	$7,35 \times 10^{-4}$	0,677	0,65
Caso 4	Sup.	-	-	6,36 × 10 ⁻⁴	0,542	0, 38

Tabela 5.7 – Estimativa da abertura de fenda segundo EN 1992-1-1 [1] e EN 1992-3 [21]

Relativamente ao ACI 207.2R-95 [27] é utilizada a equação (4.5), apresentando-se o método no subcapítulo 4.2.3. O Anexo I apresenta o cálculo detalhado da largura de fenda de acordo com este documento apresentando-se na **Tabela 5.8** apenas os resultados finais.

 Tabela 5.8 – Estimativa de larguras de fenda para cada caso modelado segundo ACI 207.2R-95 [27]

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$w_k \ [mm]$	0,56	0,43	0,38	0,29

Nota-se que as estimativas de largura de fenda segundo o Eurocódigo são significativamente maiores em comparação com as do ACI, uma vez que para a mesma quantidade de armadura se obtém uma largura de fenda superior.

De forma a analisar quantidades de armadura necessárias para assegurar um adequado comportamento em serviço, admite-se um contexto de reservatório. Neste caso a estrutura estaria sujeita a uma classe de exposição XC2 (húmido, raramente seco) e a **Tabela 5.9** apresenta valores de largura de fenda limite para um comportamento em serviço adequado para reservatórios de classe 0 e 1, tendo sido as respetivas exigências indicadas no subcapítulo 2.3.

Tabela 5.9 – Larguras de fenda admissíveis para reservatórios de classe 0 e 1 (combinação de ações quase-permanente)

		Classe 0	Classe 1	
w _{ac}	_{dm} [mm]	0,3	0,175	
Obs	ervações	classe de exposição XC2 em elementos de betão armado	$h_D/e = 10^*$	

* h_D – altura hidrostática (3,0m). e – espessura da parede (0,3m).

Pode-se constatar que nenhum dos casos modelados serviria para garantir uma estanqueidade adequada para reservatórios de classe 1. Em relação a reservatórios de classe 0, que não apresentam exigências de estanqueidade, apenas o caso 4 apresenta valores admissíveis, ainda que somente segundo a abordagem ACI 207.2R-95 [27]. O caso 4 representa uma percentagem de armadura de cerca de $\rho = 0.893\%$, correspondendo a um valor superior ao da percentagem de armadura mínima segundo o EN 1992-1-1 [1] de $\rho_{min} = 0.520\%$.

b) Dimensionamento da armadura necessária para uma abertura de fenda máxima de w = 0,175mm segundo ACI 207.2R-95 [27]

Uma vez que, para os casos modelados, não se garantem larguras de fenda adequadas para reservatórios de classe 1, opta-se por estimar a quantidade de armadura necessária segundo o documento ACI 207.2R-95 [27]. Para uma melhor compreensão do processo de cálculo que foi apresentado no subcapítulo 4.2.3 este é aqui esquematizado:

- Estabelece-se qual a largura de fenda máxima (*w_k*);
- Calcula-se o nível de tensão correspondente para a largura de fenda máxima:

$$- \sigma_s = \frac{w \times 10^3}{0.10 \times \sqrt[3]{d_c \cdot A_{c,v}}}$$

 Devido ao facto de o ACI permitir uma redução do efeito de flexão com a formação de fendas, torna-se pertinente o cálculo do espaçamento entre fendas (S_{rm}):

--- $K_R = \left(\frac{L}{H} - 2}{\frac{L}{H} - 1}\right)^{h_{base}/H}$, sendo h_{base} a altura referente do ponto de cálculo até à fundação (Figura 5.36). O parâmetro h_{base} torna-se relevante para paredes com espessura variável em altura. No presente caso, verificou-se que não se tirava partido do seccionamento da parede, pelo que se apresentará apenas o cálculo considerando a parede na sua totalidade, ou seja, não haverá seccionamento e $h_{base} = H = 3,0m$



Figura 5.36 – Esquema ilustrando a consideração de h_{base} segundo o ACI

$$-- S_{rm} = \frac{w}{18\left(\kappa_R.\alpha_{el}.T_E - \frac{f_{ct}}{E_{c,ajust}}\right)};$$

- Consideração do efeito fletor com eventual redução devido à formação de fendas (M_R);
- Estimativa da armadura necessária para acomodar esse efeito fletor com uma tensão adequada à largura de fenda que se quer máxima $(A_{s/m} = 2 \times \frac{M_R}{\sigma_s \times h_{hara}})$.

Posteriormente, apresentam-se os respetivos cálculos efetuados. Uma vez que se trata de um documento norte-americano, é necessário fazer as devidas conversões de unidades.

Determinação das variáveis:

Valor máximo da largura de fenda: $w_k = 0$, 175mm = 6, $9 \times 10^{-3}in$.

Recobrimento: $d_c = 1,890$ in. (= 0,048m)

Admitindo um espaçamento entre varões de 0,10m (= 3,937 *in*.) a área de betão efetiva em torno de cada varão ($A_{c,v}$): $A_{c,v} = 2d_c$. $s = 2 \times 1,890 \times 3,937 = 14,9$ *in*.²

Valor máximo admissível da tensão na armadura:

 $\sigma_{s} = \frac{w \times 10^{3}}{0,10 \times \sqrt[3]{d_{c}A_{c,v}}} = \frac{6.9}{0,10 \times \sqrt[3]{1,890 \times 14,9}} = 22,7ksi \ (\approx \ 155MPa)$ Tensão resistente de tração do betão: $f_{ct} = 377, 1psi \ (= 2,6MPa)$ Módulo de elasticidade ajustado: $E_{c,ajust} = 1498723, 3psi \ \left(=\frac{31}{3}GPa\right)$ Coeficiente térmico: $\alpha_{el} = 5,56 \times 10^{-6}/^{\circ}F \ (= 1,08 \times 10^{-5}/^{\circ}C)$

Variação de temperatura: $T_E = -122^{\circ} F (= -50^{\circ} C)$

Espessura da parede: e = 11, 8 in. (= 0, 3m)

<u>Cálculo da armadura necessária para a totalidade da parede ($h_{hase} = 3,00m$):</u>

Coeficiente de restrição: $K_R = \left(\frac{\frac{L}{H}-2}{\frac{L}{H}+1}\right)^{h_{base}/H} = \left(\frac{\frac{30}{3}-2}{\frac{30}{3}+1}\right)^{3/3} = 0,73$ Distância média entre fendas: $S_{rm} = \frac{w}{18\left(K_R.\alpha_{el}.T_E - \frac{f_{ct}}{E_{c,ajust}}\right)} = 1,57ft (= 47,9cm)$

Através da consulta da **Figura 5.37b**), estima-se o **efeito fletor máximo** como sendo $M_R = 0, 4f_{ct} \cdot e \cdot H^2$, correspondendo a um esforço axial de cerca de $N = 0,8N_{cr}$. O ACI permite ainda a **redução deste efeito** protagonizado pela formação de fendas. Assim, consulta-se a **Figura 5.37a**) tomando o rácio L/H como sendo $2S_{rm}/H$, neste caso este indicador corresponde a $2 \times \frac{0.479}{3,00} = 0,32$. Dando um efeito redutor de cerca de $M_R \approx 0,01f_{ct} \cdot e \cdot H^2$.

Obtém-se portanto um momento interno restritivo instalado de:

$$M_{R,h_{base}=3,00m} = (0,4-0,01).f_{ct}.e.h_{base}^2$$



Figura 5.37 – a) Alívio da restrição devido ao espaçamento entre fendas; b) Momento interno restritivo instalado para L/H=10. Adaptado de [27]

Tendo em conta a **Figura 4.12a**) presente no subcapítulo 4.2.3 e desprezando a contribuição do betão, tem-se:

$$A_{s/m} = 2 \times \frac{M_R}{\sigma_s \times h_{base}}$$

Sendo: $A_{s/m}$ – área da secção das armaduras por comprimento

 M_R – momento restritivo instalado na parede

 σ_s – tensão na armadura [ksi]

h_{base} – altura desde a base considerada no cálculo

Para $h_{base} = 3,00m$ (= 118,1 in.):

$$A_b = 2 \times (0, 4 - 0, 01) \frac{f_{ct} \cdot e. h_{base}}{\sigma_s \cdot N_H} = 0,78 \frac{377, 1 \times 11, 8 \times 118, 1}{22, 7 \times 10^3 \times 60} = 0,300 \text{ in.}^2$$

Sendo: A_b – área de cada varão necessária em cada face da parede

 N_H – número total de varões na altura h_{base} considerada

Sabendo que $1mm^2 = 0,0015500031in.^2$:

 $\phi 12 \rightarrow 113 \ mm^2 = 0,175 \ in.^2 \ e \ \phi 16 \rightarrow 201 \ mm^2 = 0,312 \ in.^2 \ (> 0,300 \ in.^2)$ Desta forma, adota-se $\phi 16//0, 10 \ m$ em toda a parede.

Deste modo, e de acordo com ACI 207.2R-95 [27], para assegurar uma largura de fenda adequada seria necessário adotar $\phi 16//0,10m$ em ambas as faces, isto apenas contabilizando as deformações impostas. Esta quantidade de armadura consiste numa percentagem de $\rho = 1,34\%$, mais de 2,5 vezes a percentagem de armadura mínima segundo o EN 1992-1-1 [1] ($\rho_{min} = 0,52\%$).

c) Dimensionamento da armadura necessária para uma abertura de fenda máxima de w = 0,175mm segundo o Eurocódigo

Em paralelismo com o dimensionamento segundo o ACI, opta-se por adotar também o método indireto do regulamento europeu, tal como apresentado no subcapítulo 4.2.2. Para que se adotem varões de ϕ 16 na parede, é necessário aplicar a equação (4.2) para determinar com que diâmetro de varão ϕ_s^* se consulta na **Figura 4.9**.

$$16 = \phi_s^* \left(\frac{2,6}{2,9}\right) \cdot \frac{0,3}{10 \ (0,3-0,25)} \to \phi_s^* \approx 30mm$$

Após a consulta da **Figura 4.9** obtém-se uma tensão máxima admissível de cerca de $\sigma_s = 150 MPa$. Recorrendo à equação (3.3) obtém-se $A_{s,w_k=0,175mm} = 2, 6 \times 0, 3/150 \approx 52, 00 cm^2/m$. Adota-se portanto $\phi 16//0, 075m$ (52, 26 cm^2/m).

d) Comparação entre o ACI e o Eurocódigo

O Eurocódigo baseia-se na existência do esforço de fendilhação (N_{cr}) para o cálculo das armaduras. Já o ACI admite um abaixamento do esforço axial em relação àquele valor. Para o caso em questão o efeito de flexão da restrição axial foi tido como $M = 0.4f_{ct}eH^2$. Tendo em conta que esse momento é referente a $M = T.\frac{H}{2}$, pode-se concluir que o esforço axial considerado neste caso é de $N = 0.80N_{cr}$ (0.4/0.5). Ao analisar as quantidades de armadura necessárias segundo cada documento, podemos constatar uma diferença de armadura da mesma ordem de grandeza (42.11/52.26 = 0.8), o que é coerente com a constatação anterior.

A consideração da existência de N_{cr} por parte do Eurocódigo está na origem de este ter uma abordagem mais conservativa.

5.4. Considerações finais

Em suma, a análise numérica realizada permitiu comprovar vários aspetos relativos ao tema em estudo. De seguida apresentam-se as principais conclusões retiradas:

- Confirma-se um comportamento mais localizado da parede comparativamente com o caso do tirante, relativamente à atuação de deformações impostas.
- Regista-se um desenvolvimento vertical em termos de larguras de fendas similar ao idealizado por ACI 207.2R-95 [27].

- As deformações impostas são acomodadas nas zonas mais folgadas da parede.
- O esforço axial de fendilhação é um pouco maior para maiores quantidades de armadura e/ou tensão resistente do betão. Após a fendilhação, o esforço axial induzido tende a estabilizar no processo de formação de fendas para valores inferiores ao de fendilhação. Após a estabilização da fendilhação, o esforço axial acaba por evoluir com uma tendência ascendente constante.
- Em resultado da estabilização do esforço axial para valores inferiores a N_{cr}, as exigências da não plastificação das armaduras são colmatadas com quantidades de armadura inferiores em comparação com o caso do tirante.
- De acordo com os resultados obtidos através da análise numérica, pode afirmar-se que, tendo em conta um betão de classe C25/30 e considerando adequada uma variação de temperatura equivalente de -50° C, para paredes com L/H = 10 a percentagem de armadura mínima situase nos $\rho_{min,y} \approx 0,25\%$. Este valor baseia-se na resposta estrutural obtida para o caso 1. Ainda assim, apesar de não se registar a cedência da armadura, a abertura de fenda correspondente apresenta valores bastante elevados e que não garantem as limitações adequadas, como trata o ponto seguinte.
- Apesar de não se registar plastificação nas armaduras para quantidades de armadura inferiores à considerada mínima no Eurocódigo, as larguras de fenda resultantes estão longe de serem satisfatórias para condições de serviço. Na análise numérica realizada, apenas para valores de percentagem de armadura de sensivelmente *ρ* ≈ 0,89% se obtiveram estimativas de largura de fenda que garantissem uma adequada durabilidade da estrutura. Sendo que estes valores são referentes à abordagem recomendada por ACI 207.2R-95 [27], pois de acordo com o Eurocódigo seriam necessárias percentagens superiores.
- Apura-se, portanto, que o Eurocódigo exige maiores quantidades de armadura, comparativamente ao ACI 207.2R-95 [27], para que e estimem larguras de fenda da mesma ordem de grandeza. Por exemplo, para o caso 4 a estimativa segundo o Eurocódigo aponta para valores de largura de fenda 31% superiores aos do documento do ACI (0,38/0,29).
- Relativamente a exigências funcionais, no hipotético caso de um tanque, estimou-se uma percentagem de armadura da ordem de *ρ* ≈ 1,34%. Esta percentagem é afetada por diversos fatores, como é o caso da amplitude da largura de fenda máxima admissível, para efeitos de estanqueidade, que varia consoante a geometria da parede.

6. Conclusões e trabalho futuro

6.1. Conclusões gerais

Ao estudar o comportamento da parede quando sujeita a deformações impostas axiais constataram-se alguns aspetos:

- Em primeiro lugar, é preciso realçar a diferença de comportamentos entre o tirante e a parede quando sujeitos a deformações impostas axiais. Essa diferença de comportamento é proporcionada por condições de fronteira distintas, que induzem diferentes restrições nos elementos. Enquanto, no caso do tirante a restrição nas extremidades proporciona esforço uniforme ao longo do elemento, a parede, por ser restringida continuamente ao longo de um bordo, apresenta um comportamento mais localizado, pois a formação de fendas induz não só uma perda de rigidez da estrutura, como também influencia a eficiência da própria restrição.
- Ao ter um comportamento mais localizado, permite a formação de várias fendas mesmo para paredes não armadas, com um espaçamento de fenda entre 1 e 2 vezes a altura da parede, de acordo com as indicações disponíveis.
- Relativamente ao comportamento N ε, a análise numérica realizada foi muito útil para a sua compreensão, destacando-se as fases: não fendilhada, formação de fendas e fendilhação estabilizada. Pôde-se constatar o abaixamento do esforço axial após o início da fendilhação e que este estabiliza na fase de formação de fendas para valores inferiores ao esforço axial de fendilhação. Este esforço axial estabilizado é maior para maiores quantidades de armadura, resultado da menor perda de rigidez nas secções fendilhadas.
- O facto de se produzir uma maior solidarização entre painéis fendilhados permite uma restrição mais eficaz, traduzindo-se em esforços axiais estabilizados superiores, formação de fendas mais célere e formação de maior quantidade de fendas. Após a perda da capacidade para formar novas fendas, o comportamento da parede evolui com um aumento constante do esforço axial instalado, correspondendo à fase de fendilhação estabilizada.
- O facto de se instalar um esforço axial estabilizado inferior ao esforço axial de fendilhação é um indício de que não ocorrerá a cedência das armaduras para quantidades da ordem de grandeza das indicadas pelo Eurocódigo como sendo "armadura mínima" (A^{EC}_{s,min}). Essas quantidades fazem sentido para estruturas com restrição ao nível das extremidades, onde o esforço axial é uniforme ao longo do elemento e para que se verifique o processo de formação de fendas é necessário atingir o esforço axial de fendilhação.

- Para deformações impostas elevadas o nível de ação pode ser importante, já que o esforço axial instalado tende a aumentar após a fendilhação estabilizada, podendo assim evoluir para a cedência das armaduras.
- Apesar de todos os factos envolvendo este comportamento, as aberturas de fenda estimadas para os casos onde a quantidade de armadura é inferior a A^{EC}_{s,min} não são adequadas tendo em conta as exigências básicas de serviço. Desta forma, apesar de não se registar plastificação das armaduras, a adoção de armaduras inferiores a essa quantidade é desaconselhada, pois as aberturas de fenda muito provavelmente atingem valores inaceitáveis.
- Relativamente ao desenvolvimento das larguras de fenda em altura, obtiveram-se resultados que vão de encontro ao previsto pelo ACI. Os valores máximos, apesar de pouco variáveis na parte superior do muro, terão tendência a estar logo acima do topo das fendas adjacentes.
- Registou-se ainda o indício de que as deformações impostas são acomodadas nas secções menos esforçadas, através da observação da evolução do esforço axial.

6.2. Trabalho futuro

Os resultados obtidos nesta dissertação assumiram uma restrição de base de 100%, tendo-se constatado divergências nesta matéria nos documentos regulamentares. Enquanto o ACI admite uma restrição de base de 100%, o Eurocódigo indica uma restrição efetiva de 50%, ainda que já incluídos os fenómenos de fluência. É necessário clarificar o comportamento da parede quando sujeita a deformações impostas pois as recomendações diferem significativamente.

Ao longo do trabalho realizado chamou-se a atenção para a dificuldade de interpretação de algumas disposições do EN 1992-3 e, em geral, da forma como é abordada a temática das deformações impostas para o caso das paredes. Desta forma, seria pertinente a existência de um documento oficial onde se poderia compreender o que estaria por trás de algumas das considerações adotadas pelo Eurocódigo, assim como apontar para adaptações nesta área para as modificações em curso nos Eurocódigos.

Nesta dissertação apenas se abordou a questão estrutural e o comportamento da parede para várias quantidades de armadura. Uma outra vertente interessante de analisar seria a eficiência no tratamento de fendas para garantir a estanqueidade da parede. Dessa forma, a abertura de fendas poderia ser menos rigorosa, pois admitir-se-ia que a estanqueidade da parede seria colmatada através da selagem das fendas, numa fase posterior. Haveria que analisar os eventuais custos de manutenção inerentes, e ainda o tempo de inatividade do reservatório para que se concluíssem tais trabalhos.

Outro aspeto que poderia ser estudado seria a utilização de revestimentos de impermeabilização e analisar a sua eficácia. Também esta medida poderia levar à redução das exigências de limitação da abertura de fenda já que o elemento estrutural estaria protegido do ambiente exterior e a estanqueidade estaria assegurada.

Bibliografia

- [1] CEN, "Eurocódigo 2 Projeto de estruturas de betão Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios (Versão Portuguesa)," CEN, Bruxelas, 2004.
- [2] A. Costa e J. Appleton, "Estruturas de Betão I: Parte II Materiais," Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2002.
- [3] D. Botelho, "Edifícios com Dimensões Significativas em Planta: Efeitos em Diferentes Elementos Estruturais," Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, 2014.
- [4] J. Appleton, Estruturas de Betão Volume 1, Alfragide: Edições Orion, 2013.
- [5] J. M. Gonilha, "Juntas Estruturais em Edifícios Grandes em Planta," Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, 2008.
- [6] Ó. Vieira, "A Consideração de Deformações Impostas no Projecto de Tanques," Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, 2011.
- [7] R. Tavares, "State-of-Art sobre o Controlo da Fendilhação devido a Deformações Impostas," Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, 2010.
- [8] W. Teixeira, "Controlo de fendilhação para deformações impostas em depósitos," Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, 2008.
- [9] P. B. Bamforth, "Early-age thermal crack control in concrete," CIRIA C660, Londres, 2007.
- [10] American Concrete Institute Comitee 224, "ACI 224R-01: Control of Cracking of Concrete Structures," American Concrete Institute, Michigan, 2001.
- [11] Transportation Research Circular E-C107, "Control of Cracking in Concrete: State of the Art," Transpotation Research Board, Washington DC, 2006.

- [12] M. de Meneses, "Análise e dimensionamento estrutural de um reservatório cilíndrico em betão armado," Tese de Mestrado, Lisboa, 2013.
- [13] M. Zych, "The Influence of Ambient Temperature on RC Tank Walls Watertightness in Research and Theory," *R Periodica Polytechnica Civil Engineering*, pp. 267-278, September 2015.
- [14] J. Appleton, C. Marchão, J. Câmara, A. Costa, J. Almeida e S. Cruz, "Estruturas Betão I Folhas de Apoio às Aulas," Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2014.
- [15] Z. P. Bazant, "Solidification Theory for Concrete Creep," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 115, pp. 1691-1703, 1989.
- [16] H. Rusch, D. Jungwirth e H. F. Hilsdorf, Creep and Shrinkage, New York: Springer-Verlag, 1983.
- [17] CEB-FIP, Model Code 1990, London: Thomas Telford, 1993.
- [18] J. Trevino, "Méthode Directe de Calcul de l'Etat de Déformation et de Contraite à Longue Terme d'une Structure Composée," École Poly-technique Fédérale de Lausanne, Tese de Doutoramento, 1988.
- [19] R. M. d. M. Luís, "Análise e dimensionamento de estruturas de betão com sobreposição de cargas e deformações impostas," Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, 2005.
- [20] P. Schiessel, "Einfluss von Rissen auf die Doucrhaftigkeit von Stahblbeton und Spannbetonbauteilen," Deutscher Ausschus fur Stahlbeton, Berlin, 1986.
- [21] CEN, "Eurocode 2 Design of concrete structures Part 3: Liquid retaining and containment structures (English Version)," CEN, Bruxelas, 2006.
- [22] A. Ghali, R. Favre e M. Eldbadry, Concrete Structures Stresses and Deformation Third Edition, London: Spon Press, 2002.
- [23] J. Câmara, "Apresentação sobre Controlo de Fendilhação em Reservatórios EN 1992-1-1 e EN 1992-3," 2009. [Online]. Available: http://www.civil.ist.utl.pt/~cristina/EBAP/. [Acedido em Março 2015].
- [24] R. Favre, J.-P. Jaccoud, O. Burdet e H. Charif, Traité de génie civil, volume 8: Dimensionnement des structures en béton - Aptitude au service et éléments de structures, Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1997.
- [25] J. Câmara e R. Luís, "Crack Control for Imposed Deformations," Artigo Científico, Laussane, 2007.
- [26] J. Câmara e R. Luís, "Structural Response and Design Criteria for Imposed Deformations Superimposed to Vertical Loads," *The Second fib Congress*, 2006.
- [27] American Concrete Institute Comitee 207, "ACI 207.2R-95: Effect of Restraint, Volume Change, and Reinforcement on Cracking of Mass Concrete," American Concrete Institute, Michigan, 2002.
- [28] "The Constructor," [Online]. Available: http://theconstructor.org/structures/water-tanks/996/.[Acedido em Março 2016].
- [29] British Standard, "Code of practice for design of structures for retaining aqueous liquids," BSi, BS 8007, 1987.
- [30] F. Papworth e P. Bamforth, "Control of contraction induced cracking in concrete," CIRIA C660, 2008.
- [31] R. J. DeStefano, J. Evans, M. K. Tadros e C. Sun, "Flexural Crack Control in Concrete Bridge Structures," ISHPC, 2003.
- [32] E. Hognestad, "High Strength Bars As Concrete Reinforcement, Part 2. Control of Flexural Cracking," *PCA Research and Development Laboratories*, vol. 4, pp. 46-63, Jan. 1962.
- [33] M. R. T. Arruda, P. F. T. Arruda e J. F. Leitão, "Análise Estática de Lajes em Estado Fissurado, para um Dimensionamento Económico de Armaduras," *INGENIUM*, pp. 88-93, Novembro/Dezembro 2013.
- [34] R. Wong, "Análise de Verificações Indirectas do EC2 para a Deformação de Lajes e Vigas," Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade Nova de Lisboa, 2014.
- [35] "Weather and Climate," [Online]. Available: https://weather-and-climate.com/average-monthly-Rainfall-Temperature-Sunshine,lisboa,Portugal. [Acedido em Setembro 2015].

[36] CEN, "Eurocódigo 1 - Acções em estruturas - Parte 1-5: Acções gerais, ações térmicas," CEN, Bruxelas, 2009.

ANEXOS

Anexo A

Cálculo da ação a modelar

O cálculo da retração foi procedido com base no que foi referido no subcapítulo 2.1.2. Em relação ao valor final de extensão da retração de secagem ($\varepsilon_{cd,\infty}$) é importante definir as variáveis k_h e $\varepsilon_{cd,0}$.

O processo de cálculo de $\varepsilon_{cd,0}$ é simplificado pela apresentação de uma tabela para cimentos da classe N (**Tabela A. 1**), apesar de, serem também apresentadas as devidas equações que permitem a determinação desta variável para outros tipos de cimento (S e R).

Tabela A. 1 – Valores nominais da retração de secagem, $\varepsilon_{cd,0}$, (em ‰) para cimentos CEM da classe N¹, excerto de tabela em EN 1992-1-1 [1]

$f_{ck}/f_{ck.cube}$	Humidade relativa [%]						
[MPa]	20	40	60	80	90	100	
20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00	
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00	

O coeficiente de exposição (k_h) define-se de acordo com o apresentado na Tabela A. 2.

<i>h</i> ₀ [mm]	k _h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

Tabela A. 2 – Valores de k_h

O valor da espessura equivalente da secção transversal (h_0) é um indicador da exposição à secagem do elemento e é definido pela equação (A.1).

$$h_0 = 2A_c/u_d \tag{A.1}$$

Sendo: A_c - área da secção transversal do betão

u_d - perímetro da secção transversal exposta à secagem

Definidas as equações de cálculo, pode agora estimar-se um valor de extensão de retração adequado para uma certa situação. Tendo em conta uma parede em que só uma das faces está exposta à secagem e tenha uma espessura de 0,30 m, os valores de h_0 e k_h são:

• $h_0 = \frac{2 \times 0.3 \times 1.0}{1.0} = 0.6 \ m \ (\ge 500 \ mm)$

¹ Valores médios prováveis com coeficiente de variação de 30%

• $k_h = 0,70$

Desta forma, e recorrendo a interpolação dos valores presentes na **Tabela A. 1**, obtém-se os valores da **Tabela A. 3**.

	20%		40%		60%	
	$\varepsilon_{cd,0}$	$\mathcal{E}_{cd,\infty}$	$\mathcal{E}_{cd,0}$	$\mathcal{E}_{cd,\infty}$	$\varepsilon_{cd,0}$	$\mathcal{E}_{cd,\infty}$
C25/30	0,585	0,410	0,550	0,385	0,463	0,324
C30/37	0,550	0,385	0,520	0,364	0,435	0,305
C35/45	0,515	0,361	0,490	0,343	0,408	0,285
	80%		90%		100%	
	$\mathcal{E}_{cd,0}$	$\mathcal{E}_{cd,\infty}$	$\mathcal{E}_{cd,0}$	$\mathcal{E}_{cd,\infty}$	$\mathcal{E}_{cd,0}$	$\mathcal{E}_{cd,\infty}$
C25/30	0,285	0,200	0,160	0,112	0	0
C30/37	0,270	0,189	0,150	0,105	0	0
C35/45	0,255	0,179	0,140	0,098	0	0

Tabela A. 3 – Valores de $\varepsilon_{cd,\infty}$ (em ‰) para cimentos CEM da classe N, segundo EN 1992-1-1 [1]

No que diz respeito ao valor final de extensão da retração autogénea esta apenas depende da classe de resistência do betão, sendo apresentado na **Tabela A. 4**.

Tabela A. 4 – Valores de $\varepsilon_{ca,\infty}$ (em ‰), segundo EN 1992-1-1 [1]

	$\mathcal{E}_{ca,\infty}$
C25/30	0,038
C30/37	0,050
C35/45	0,063

Assim, segundo o EN 1992-1-1 [1], o valor de extensão de retração a que uma estrutura estará sujeita a longo prazo ($\varepsilon_{ca,\infty} + \varepsilon_{cd,\infty}$) é o apresentado na **Tabela A. 5**.

	20%	40%	60%	80%	90%	100%
C25/30	4,47E-04	4,23E-04	3,61E-04	2,37E-04	1,50E-04	0,38E-04
C30/37	4,35E-04	4,14E-04	3,55E-04	2,39E-04	1,55E-04	0,50E-04
C35/45	4,23E-04	4,06E-04	3,48E-04	2,41E-04	1,61E-04	0,63E-04

Tabela A. 5 – Valores de $\varepsilon_{cs,\infty}$, segundo EN 1992-1-1 [1]

Os valores médios de humidade relativa ambiente registados por *Weather and Climate* [35] no ano de 2014 são apresentados na **Figura A. 1**. Apesar de ser uma amostra muito reduzida, serve apenas para ter valores de base, **adotando-se 60% de humidade relativa** como um valor razoável.



Figura A. 1 – Valores de humidade relativa no ano de 2014 para a cidade de Lisboa [35]

Em relação à variação de temperatura uniforme e considerando temperatura ambiente média de 15°C e temperatura ambiente mínima de 0°C (valor referente a T_{min} para zona B em EN 1992-1-5 [36]), adota-se o valor de $\Delta T_{uniforme} = -15$ °C. O aumento de temperatura no betão que se regista nos primeiros dias após a betonagem, e que se encontra referido no subcapítulo 2.1.2 como retração térmica, é desprezado. Admite-se a possibilidade de ocorrer fendilhação no betão devido a esse fenómeno mas as tensões residuais que daí resultam são reduzidas. Desta forma, opta-se por negligenciar esse efeito na análise realizada.

A ação final modelada é de $\Delta T_{modelada} = -50, 0^{\circ}$ C, resultado da soma do valor referente à retração ($\approx -35,0^{\circ}$ C) e da variação de temperatura do meio ambiente ($\approx -15,0^{\circ}$ C).

Anexo B

Neste anexo analisam-se as diferenças entre a adoção da dimensão de cada elemento finito segundo Favre et al. [24] e a dimensão efetivamente adotada. Para esse efeito modelaram-se duas paredes com elementos finitos com 0,15m e 0,25m de largura (l_{EF}), respetivamente (paredes com ϕ 16//0,15m em ambas as faces). Relativamente à tensão registada no betão, a **Figura A. 2** permite comparar os resultados entre os dois modelos. Desta forma é possível compreender a fendilhação registada para cada caso.



Figura A. 2 – Tensão no betão em paredes com $\phi 16//0,15m$ em ambas as faces para $\Delta T = -30^{\circ}$ C para: a) $l_{EF} = 0,15m$; b) $l_{EF} = 0,25m$

Uma vez que o caso da **Figura A. 2a)** corresponde a uma dimensão de elementos finitos inferior relativamente ao caso da **Figura A. 2b)**, aquando a fendilhação a perda de rigidez ocorre numa secção mais estreita. Desta forma formam-se mais fendas no primeiro caso para que o sistema se compatibilize com a deformação imposta. A tensão registada no aço é da mesma ordem de grandeza em ambos os casos.

Em relação ao esforço axial instalado na parede, este é equivalente, como se pode observar na **Figura A. 3**. Considera-se portanto que as dimensões de elementos finitos adotadas são adequadas, tendo em conta o tipo de análise desenvolvido.



Figura A. 3 – Esforço axial instalado na parede para cada caso para $\Delta T = -30^{\circ}$ C

Anexo C

Este anexo visa indicar a configuração da parede para cada caso modelado. A **verde** são apresentadas as secções em que a capacidade de tração do betão se manteve (2600 *kPa*) e a **azul** as secções que sofreram redução dessa característica para 2590 *kPa*. A justificação para a adoção desta medida está apresentada no subcapítulo 5.2.4.

<u>Caso 1 (φ8//0, 15 m)</u>



Figura A. 4 – Configuração dos elementos finitos por capacidade resistente do betão para o caso 1

<u>Caso 2 (φ10//0, 15 m)</u>

문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문	문제 - 그 것 문제		
		the second se	******

Figura A. 5 - Configuração dos elementos finitos por capacidade resistente do betão para o caso 2

Caso 3 (φ12//0, 15 m)

 · 문 왕 문 장 문 방 문 방 문 장 문 방 문 방 문 방 문 방 문 방 문 방	: 문 병 문 등 문 문 문 문 문 문 문 병 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문 문	. 문문

Figura A. 6 - Configuração dos elementos finitos por capacidade resistente do betão para o caso 3

<u>Caso 4 (φ16//0, 15 m)</u>



Anexo D

Este anexo apresenta as tensões registadas na armadura para os casos 2 e 3, com a configuração inicial e a configuração final, esta última corresponde à configuração onde se incluem secções enfraquecidas.

• <u>Caso 2 (φ10//0, 15 m)</u>

a) $\Delta T = -25, 5^{\circ}C$



Figura A. 8 – Tensão no aço para o caso 2 e configuração inicial para: a) $\Delta T = -25,5^{\circ}C$; b) $\Delta T = -50,0^{\circ}C$



a) $\Delta T = -25, 5^{\circ}C$

Figura A. 9 – Tensão no aço para o caso 2 e com secções enfraquecidas para: a) $\Delta T = -25,5^{\circ}C;$ b) $\Delta T = -50,0^{\circ}C$

• <u>Caso 3 (φ12//0, 15 m)</u>

a) $\Delta T = -25, 5^{\circ}C$



Figura A. 10 – Tensão no aço para o caso 3 e configuração inicial para: **a**) $\Delta T = -25,5^{\circ}C$; **b**) $\Delta T = -50,0^{\circ}C$



Figura A. 11 – Tensão no aço para o caso 3 e com secções enfraquecidas para: a) $\Delta T = -25,5^{\circ}$ C; b) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C

Anexo E





Figura A. 12 – Tensão no betão no caso 2 para: **a**) $\Delta T = -26,0^{\circ}$ C; **b**) $\Delta T = -30,0^{\circ}$ C; **c**) $\Delta T = -40,0^{\circ}$ C; **d**) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C

A **Figura A. 13** apresenta a tensão no betão para o caso 3 ($\phi 12//0,15m$) para diversas amplitudes de ação permitindo analisar o desenvolvimento da fendilhação registada na parede.



Figura A. 13 – Tensão no betão no caso 3 para: **a**) $\Delta T = -26,0^{\circ}$ C; **b**) $\Delta T = -30,0^{\circ}$ C; **c**) $\Delta T = -40,0^{\circ}$ C; **d**) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C

A **Figura A. 14** apresenta a tensão no betão para o caso 4 ($\phi 16//0,15m$) para diversas amplitudes de ação permitindo analisar o desenvolvimento da fendilhação registada na parede.



Figura A. 14 – Tensão no betão no caso 4 para: **a**) $\Delta T = -26,0^{\circ}$ C; **b**) $\Delta T = -30,0^{\circ}$ C; **c**) $\Delta T = -40,0^{\circ}$ C; **d**) $\Delta T = -50,0^{\circ}$ C

Anexo F

A **Figura A. 15** apresenta o diagrama de tensões no betão para o **caso 4** para diversas amplitudes de ação. Desta forma é possível acompanhar a fendilhação que se regista na parede para determinadas amplitudes de ação ao mesmo tempo que se analisa os seus efeitos no esforço axial instalado que se encontra no subcapítulo 5.3.3.



d) $\Delta T = -28,9^{\circ}\text{C}$; **e**) $\Delta T = -30,6^{\circ}\text{C}$; **f**) $\Delta T = -40,0^{\circ}\text{C}$; **g**) $\Delta T = -50,0^{\circ}\text{C}$

Anexo G

Neste anexo, são apresentadas as localizações das secções para as quais se apresentaram as tensões registadas nas armaduras e auxiliaram a ter uma perceção da localização da maior largura de fenda em altura (subcapítulo 5.3.4). Na **Figura A. 16**, a vermelho são indicadas as secções para as quais a tensão na armadura registava máximos a meia altura. A azul são indicadas as secções para as quais a tensão na armadura estabilizava a partir de uma certa altura, havendo a possibilidade de, em alguns casos, se registarem máximos no topo da parede.



Figura A. 16 – Tensão no betão para $\Delta T = -50^{\circ}$ C no: a) caso 1: b) caso 2; c) caso 3; d) caso 4

Anexo H

Este anexo visa ilustrar certos acontecimentos que induzem alterações na tensão da armadura de certos elementos e que foram alvo de análise no subcapítulo 5.3.4 aquando o estudo do desenvolvimento da tensão na armadura para ação crescente. Assim, pretende-se que o leitor compreenda melhor os fenómenos representados nas **Figura 5.25**, **Figura 5.33**, **Figura 5.34** e **Figura 5.29**, referentes aos casos 1, 2, 3 e 4 respetivamente, e ter uma noção da fendilhação existente na parede para certas amplitudes de ação.

<u>Caso 1 (φ8//0, 15 m)</u>

A **Figura A. 17** ilustra, a vermelho, a localização dos elementos finitos referidos na **Figura 5.25** mantendo a configuração presente no Anexo C para facilitar a leitura da figura.



Figura A. 17 – Localização dos elementos finitos (da esquerda para a direita): #199; #271; #356; #439; #473

Para além das formações de fenda referentes às secções #199 e #439 que já foram assinaladas no subcapítulo 5.3.4, importa destacar a fendilhação de mais um par de elementos.

A **Figura A. 18** ilustra a fendilhação registada na parede aquando a formação da fenda na secção onde se incorpora o elemento #356.



Figura A. 18 – Tensão no betão no instante em que se forma a fenda em #356 ($\Delta T = -25,4^{\circ}C$)

A Figura A. 19 capta o instante em que se forma a fenda na secção onde se incorpora o elemento #271.

a) $\Delta T = -26, 1^{\circ}C$



Figura A. 19 – Tensão no betão para: a) iminência de se formar a fenda em #271; b) após a formação da fenda em #271

Caso 2 (φ10//0, 15 m)

A **Figura A. 20** ilustra, a vermelho, a localização dos elementos finitos referidos na **Figura 5.33** mantendo a configuração presente no Anexo C para facilitar a leitura da figura.



Figura A. 20 – Localização dos elementos finitos (da esquerda para a direita): #200; #379; #487; #556

A **Figura A. 21** corresponde ao instante em que se forma a fenda onde está inserido o elemento #379. Esta fenda ao formar-se atinge desde logo o topo da parede.



Figura A. 21 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,3^{\circ}C$

A **Figura A. 22** corresponde ao instante em que se formam as fendas onde estão inseridos os elementos #200 e #487. Aquando a sua formação estas não atingem o topo da parede, mas já abrangem os elementos referidos.



Figura A. 22 – Tensão no betão para $\Delta T = -25,9^{\circ}C$

A Figura A. 23 representa o instante em que se forma a fenda onde está inserido o elemento #556 (assinalada com uma elipse a vermelho). Como é possível observar é uma fenda que no instante em que se forma já abrange o elemento em causa.



Figura A. 23 – Tensão no betão para $\Delta T = -31,3^{\circ}C$

A Figura A. 24 possibilita observar a evolução das fendas desde que se formam até ao fim da análise $(\Delta T = -50,0^{\circ}C)$ através da comparação com as restantes figuras relativas ao caso 2.



Figura A. 24 – Tensão no betão para $\Delta T = -50,0^{\circ}C$

Caso 3 (ϕ 12//0, 15 m)

A Figura A. 25 ilustra, a vermelho, a localização dos elementos finitos referidos na Figura 5.34 mantendo a configuração presente no Anexo C para facilitar a leitura da figura.





A **Figura A. 26** capta o instante em que se forma a fenda na secção onde se situa o elemento #257, abrangendo-o desde logo.

a) $\Delta T = -29, 7^{\circ}$ C



Figura A. 26 – Tensão no betão para: a) iminência de se formar a fenda em #257; b) após a formação da fenda em #257





Figura A. 27 – Tensão no betão para a) $\Delta T = -33,0^{\circ}C$; b) $\Delta T = -33,1^{\circ}C$

Apesar do elemento #263 se situar na mesma secção vertical que o elemento #257, uma vez que no instante em que se forma a fenda nesta secção esta apenas abrange o segundo elemento, o elemento #263 não sofre alteração na tensão da armadura. Esta apenas ocorre quando o desenvolvimento da referida fenda é tal que alcança o elemento em causa.

• <u>Caso 4 (φ16//0, 15 m)</u>

A Figura A. 28 ilustra, a vermelho, a localização dos elementos finitos referidos na Figura 5.29.



Figura A. 28 – Localização dos elementos finitos (da esquerda para a direita): #175; #231; #234; #255; #297

Para este caso, no subcapítulo 5.3.4 já foram apresentadas figuras que ilustram a formação de fendas nos elementos #255 e #297. Ainda assim, importa referir outros fenómenos que não seriam à partida os mais lógicos, mas que ocorrem. Na **Figura A. 29** registam-se abaixamentos e incrementos bruscos em instantes que as fendas correspondentes aos elementos em causa, #175 e #297, já atingiram o topo da parede. Uma vez que a fenda já não tinha como se desenvolver em altura, os incrementos registados poderiam causar alguma estranheza.



Figura A. 29 - Desenvolvimento da tensão na armadura nos elementos #175 e #297, no caso 4

No caso 4 ocorre perda da capacidade resistente do betão em secções adjacentes. Os elementos #175 e #297 situam-se precisamente em zonas em que tal ocorre e é precisamente esse facto que origina estes aumentos e reduções repentinas.

Relativamente ao elemento #297, é possível observar na **Figura A. 30** que a secção contígua sofre um aumento em altura da fendilhação, ficando o topo da fenda ao mesmo nível do elemento em causa. Desta forma, a tensão na armadura do elemento #297 sofre um aumento repentino fruto da proximidade com o topo da fenda adjacente. Tal como referido nos subcapítulos 4.2.3 e 5.3.2, dá-se a concentração de tensões no betão no topo das fendas, que está ligado ao aumento da tensão nos elementos adjacentes, neste caso o elemento #297.



Figura A. 30 – Tensão no betão para: **a**) $\Delta T = -38,7^{\circ}$ C; **b**) $\Delta T = -38,8^{\circ}$ C

Posteriormente, a fenda continua a desenvolver-se em altura, fazendo com que a concentração de tensões presente no topo da mesma suba (**Figura A. 31**). Ao subir, origina uma redução na tensão instalada no elemento #297, devidamente registada na **Figura A. 29**.



Figura A. 31 – Tensão no betão para: **a)** $\Delta T = -39,1^{\circ}$ C; **b)** $\Delta T = -39,2^{\circ}$ C

Este processo ocorre também para o elemento #175, onde na **Figura A. 31** se pode observar que apresenta uma secção adjacente também com fendilhação. Posteriormente, esta desenvolve-se, originando o mesmo efeito aqui referido para o elemento #297.

Anexo I

Cálculo da abertura de fendas para os casos modelados

• Segundo o Eurocódigo (EN 1992-1-1 [1] e EN 1992-3 [21])

Este cálculo é efetuado de acordo com o apresentado no subcapítulo 4.2.2.

$$A_{s,min} = \frac{1 \times 1 \times 2,6 \times 0,3}{500} \times 10^4 = 15,6 \ cm/m^2$$

Para os casos em que a quantidade de armadura adotada é inferior à quantidade de armadura mínima, pode considerar-se $S_{r,max}$ igual a 1,3 vezes a altura da parede. Desta forma, para os **casos 1, 2 e 3** $(A_{s,adot} = 6.7 \text{ cm/m}^2, 10.48 \text{ cm/m}^2 \text{ e } 15.08 \text{ cm/m}^2, \text{ respetivamente})$ tem-se $S_{r,max} = 3.9 \text{ m}$.

Em adição a esta condição, o EN 1992-3 [21] refere que $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ é dado por R_{ax} . ε_{free} .

$$(arepsilon_{sm} - arepsilon_{cm}) = 0$$
, $5 imes 50 imes 10^{-5}$

Desta forma tem-se para os casos 1, 2 e 3:

$$w_k = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \times S_{r,max} = 0,98 mm$$

Uma vez que o caso 3 apresenta uma quantidade de armadura próxima da mínima opta-se, também, por calcular a largura de fenda como se se tratasse de um caso com armadura superior à mínima, apenas para efeitos de comparação com outras metodologias. O caso 4 ($A_{s,adot} = 26,8 \ cm/m^2$) representa efetivamente um caso com armadura superior à mínima. Para estes casos a largura de fenda é estimada de acordo com o EN 1992-1-1 [1].

Sendo
$$S_{r,max} = 3.4c + 0.8 \times 1.0 \times 0.425 \times \frac{\phi}{\rho_{ef}} e \rho_{ef} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

$$h_{c,eff} = menor \left\{ 2.5(h-d); \frac{h-x}{3}; \frac{h}{2} \right\} = menor \{ \approx 0.125 m; 0.1 m; 0.15 m \} = 0.10 m$$
$$A_{c,eff} = 2 \times 0.1 = 0.2 m^2 / m$$

Caso 3 (c = 0,040m, $\phi = 0,012m$, $\rho_{ef} = 0,754\%$) $\rightarrow S_{r,max} = 0,677m$ **Caso 4** (c = 0,040m, $\phi = 0,016m$, $\rho_{ef} = 1,340\%$) $\rightarrow S_{r,max} = 0,542m$

Para estas situações a largura de fenda é dependente da tensão a que a armadura está sujeita. Os valores utilizados correspondem aos registados na análise não linear. Relembra-se aqui a equação utilizada:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{J_{ct,eff}}{\rho_{ef}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{ef})}{E_s} \ge 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Relativamente às variáveis presentes na equação anterior importa tecer alguns comentários acerca da opção por certos valores em detrimento de outros. Em relação à variável k_t (coeficiente em função da duração do carregamento) adota-se o valor 0,6 dado que se tratam de ações de longa duração. Para a variável $f_{ct,eff}$ adota-se o valor de $f_{ctm} = 2600 \ kPa$, como referido anteriormente, enquanto que $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \approx 6,45$.

A Tabela A. 6 resume os valores utilizados no cálculo assim como os valores finais de largura de fenda (w_k).

Tabela A. 6 - Estimativa de abertura de fenda segundo EN 1992-1-1 [1], para os casos 3 e 4

	$\sigma_s [MPa]$	$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$	$0,6 \sigma_s/E_s$	$S_{r,max}[m]$	$w_k \ [mm]$
Caso 3	320	$8,77 \times 10^{-4}$	9,60 $ imes$ 10 ⁻⁴	0,677	0,65
Caso 4	225	7, 03 $ imes$ 10 $^{-4}$	$6,75 imes 10^{-4}$	0,542	0,38

• Segundo ACI 207.2R-95 [27]

Os cálculos são efetuados de acordo com o que é apresentado no subcapítulo 4.2.3. Este documento rege-se pelas unidades norte-americanas mas nesta dissertação faz-se a conversão para unidades europeias para que haja uma melhor perceção das ordens de grandeza das variáveis aqui presentes. Relembra-se aqui a equação utilizada para o cálculo:

$$w_k = 0, 10. \sigma_s. \sqrt[3]{d_c. A_{c,v}} \times 10^{-3}$$

A variável d_c corresponde à distância entre a face de betão e o centro do varão mais próximo. Relativamente à área de betão efetiva em torno de cada varão ($A_{c,v}$) esta é dada por 2. d_c . s, sendo "s" o espaçamento entre varões (0,15m em todos os casos modelados). As tensões na armadura (σ_s) são as registadas segundo a análise não linear realizada estando as larguras de fenda presentes na **Tabela A. 7**.

	d_c		$A_{c,v}$	σ	s	W _k	
	[<i>cm</i>]	[in.]	[<i>in</i> . ²]	[MPa]	[ksi]	$[in.] \times 10^{-3}$	[mm]
Caso 1	4,4	1,73	20,46	460	66,7	21,9	0,56
Caso 2	4,5	1,77	20,93	350	50,8	16,9	0,43
Caso 3	4,6	1,81	21,39	305	44,2	15,0	0,38
Caso 4	4,8	1,89	22,32	225	32,6	11,3	0,29

Tabela A. 7 – Largura de fenda segundo ACI 207.2R-95 [27]